

Диагональная раскраска

1. Применим диагональную раскраску в 4 цвета к квадрату 10×10 .
 - (a) Сколько клеток каждого цвета мы получим?
 - (b) Сколько клеток каждого цвета может содержать прямоугольник 1×4 ?
 - (c) Можно ли разрезать квадрат 10×10 на прямоугольники 1×4 ?
2. Применим диагональную раскраску в 3 цвета к квадрату 6×6 . Вырежем из нашего квадрата произвольный:
 - (a) прямоугольник 1×3 ;
 - (b) уголок (из 3 клеток). Сколько клеток каждого цвета вырезанная фигура может содержать?
 - (c) Можно ли квадрат 6×6 разрезать на 11 прямоугольников 1×3 и один уголок из трех клеток?
3. Применим диагональную раскраску в 3 цвета к квадрату 8×8 с отрезанным уголком.
 - (a) Сколько способов раскраски существует? Сколько клеток каждого цвета получим при таких раскрасках?
 - (b) Можно ли разбить квадрат 8×8 с отрезанным уголком на прямоугольники 1×3 ?
4. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно разместить в квадрате 6×6 (не нарушая границ клеток)?
5. Известно, что квадрат клетчатой бумаги размерами 8×8 покрыли несколькими плитками 2×2 и несколькими полосками 1×4 . Можно ли покрыть квадрат 8×8 , если одну плитку заменить полоской?
6.
 - (a) Из доски 5×5 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
 - (b) Из доски 8×8 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
7. Квадрат 8×8 клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник 1×3 и перекрасить все их в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные – в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?