

Чередование и четность

1. Барон Мюнхгаузен приехал в город на реке и, оставив вещи в гостинице, пошел гулять. После прогулки по городу он вернулся обратно в гостиницу и рассказал портье, что прошел по всем пяти мостам города ровно по разу. Не врет ли он?
2. По окружности расставлено 237 точек двух цветов. Докажите, что найдутся 2 точки одного цвета, стоящие рядом.
3. Коля хочет нарисовать такой семиугольник, чтобы все его стороны можно было пересечь одной единственной прямой. Может ли у него получиться?
4. Юный техник собрал систему из 11 шестеренок, где 1-я сцеплена со 2-й, 2-я – с 3-й и так далее, а 11-я сцеплена с 1-й. Объясните юному технику, почему его система не крутится? Что можно поменять, чтобы система все-таки заработала?
5. В каждой клетке таблицы 3×3 сидит по жуку. По команде каждый жук переползает в соседнюю по стороне клетку. Может ли так получиться, что после этого снова в каждой клетке оказалось по жуку?
6. Математический кузнечик прыгает по прямой, каждый раз или на метр вправо или на метр влево. В конце концов он вернулся туда, откуда начинал. Докажите, что он сделал четное количество прыжков.
7. На хоккейном поле лежат три шайбы А, В и С. Хоккеист бьет по одной из них так, что она пролетает между двумя другими. Так он делает 25 раз. Могут ли после этого шайбы оказаться на исходных местах?
8. Два коня стояли в двух углах шахматной доски. Они сделали вместе 77 ходов. Могли ли они в результате прийти в два других угла доски?
9. Шахматный конь начал путь в левом нижнем углу шахматной доски, а остановился в правом верхнем углу. При этом он утверждает, что побывал на каждом поле ровно по разу. Докажите, что он ошибается.
10. За круглым столом сидят мальчики и девочки. Докажите, что количество пар соседей мальчик–девочка и девочка–мальчик чётно.