Запусти процесс

> *Не товары, а процессы их создания приносят компаниям долгосрочный успех.*
>
> Реинжиниринг корпорации

Задачи для разбора

1. На олимпиаде у каждого участника не более 25 знакомых. Докажите, что можно рассадить всех участников по трём аудиториям так, чтобы у каждого в его аудитории было не более 8 знакомых.
Разбор задачи `https://youtu.be/54ilyvNREVY`

2. На плоскости заданы $2n$ точек, причём никакие три точки не лежат на одной прямой. Докажите, что эти точки являются концами n непересекающихся отрезков.
Разбор задачи `https://youtu.be/isWAX2XRwZI`

Задачи для самостоятельного решения

1. На плоскости заданы $2n$ точек — n синих и n красных, причём никакие три точки не лежат на одной прямой. Докажите, что можно провести n отрезков так, что у каждого отрезка один конец лежит в красной точке, другой — в синей точке, и никакие два отрезка не имеют общих точек.

2. На клетках доски 10×10 лежит по алмазу так, что на соседних по стороне клетках веса различны. Докажите, что алмазы можно переложить на клетки доски 2×50 так, чтобы по-прежнему веса на соседних клетках были различны.

3. Есть 20 камней неизвестного веса и двухчашечные весы без гирь. Докажите, что сделав не более 19 взвешиваний, можно все камни можно разложить на две кучки так, чтобы веса кучек отличались не более чем на вес самого тяжелого камня.

4. Ученики школы посещают кружки. Докажите, что можно несколько школьников принять в пионеры так, чтобы в каждом кружке был хотя бы один пионер и для любого пионера нашелся кружок, в котором он был бы единственным пионером.

5. На кольцевой дороге стоят несколько одинаковых автомобилей. Известно, что общего количества бензина в них достаточно на полный круг по кольцу. Докажите, что найдется автомобиль, который сможет проехать полный круг, забирая бензин у других автомобилей по мере проезда мимо них.

6. На координатной плоскости лежит правильный пятиугольник. Его вершины имеют координаты (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5).

(a) Докажите, что если все вершины имеют целые координаты, то все суммы $x_i + y_i$ имеют одинаковую чётность.

(b) Докажите, что если все вершины имеют целые координаты, то все суммы $x_i + y_i$ чётные.

(c) Докажите, что у любого правильного $(2n+1)$-угольника хотя бы у одной из вершин есть нецелая координата.

7. На окружности расставлено несколько положительных чисел, каждое из которых не больше 1. Докажите, что можно разделить окружность на три дуги так, что суммы чисел на соседних дугах будут отличаться не больше чем на 1. (Если на дуге нет чисел, то сумма на ней считается равной нулю.)

8. У Карлсона есть 100 банок с вареньем. Банки не обязательно одинаковые, но в каждой не больше, чем третья часть всего варенья. На завтрак Карлсон может съесть поровну варенья из любых трёх банок. Докажите, что Карлсон может действовать так, чтобы за некоторое количество завтраков съесть все варенье.

В листике суммарно 10 задач (включая пункты).

Количество полученных плюсиков по этому листику конвертируются в оценку по алгебре по следующему принципу.

3 — 4 плюсика;

4 — 6 плюсика;

5 — 9 плюсиков.

Задачи принимаются до 16 апреля.