

Метрические соотношения в треугольнике

– Кольца являются символом вечности. У кольца нет начала и нет конца. Кольцо — это круг.

– Очень, очень мило.

– А не треугольник. У треугольника есть угол и вершины. А это круг.

– Мы поняли. Три угла.

Из фильма «Чак и Ларри:
Пожарная свадьба»

A, B, C — вершины; a, b, c — длины сторон; α, β, γ — углы треугольника; p — полупериметр треугольника; S — площадь треугольника; m_a, m_b, m_c — длины медиан; l_a, l_b, l_c — длины биссектрис; h_a, h_b, h_c — длины высот; r_a, r_b, r_c — радиусы вневписанных окружностей треугольника; r, R — радиусы вписанной и описанной окружности.

1. (a) $S = pr$; (b) $S = (p - a)r_a$; (c) $S = \frac{abc}{4R}$; (d) $S = \frac{cr_a r_b}{r_a + r_b}$.

2.

$$r = \sqrt{\frac{(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)}{4(a + b + c)}}.$$

3. Докажите, что медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC перпендикулярны тогда и только тогда, когда $a^2 + b^2 = 5c^2$.

4. (a) $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$; (b) $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$.

5. (a) $2Rr = \frac{abc}{a+b+c}$; (b) $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$.

6. $m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$.

7. (a) $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$; (b) $l_a = \sqrt{\frac{4bc p(p-a)}{(b+c)^2}}$.

В листике суммарно 13 задач (включая пункты).
Количество полученных плюсики по этому листику конвертируются в оценку по геометрии по следующему принципу.

3 — 8 плюсики;

4 — 10 плюсики;

5 — 12 плюсики.

Задачи принимаются вплоть до их разбора 30 января.