

Подсчет двумя способами

*Когда два пути, по которым
развивалась мысль,
скрещиваются, точка
пересечения дает максимальное
приближение к истине.*

Шерлок Холмс

1. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?
2. Можно ли занумеровать ребра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров ребер, которые в ней сходятся, была одинаковой?
3. Футбольный мяч шит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с 3 черными и 3 белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
4. У царя Гороха было четверо сыновей, а дочерей не было. Его потомки тоже не имели дочерей, среди них 25 имели по 3 сына, а остальные вообще не имели детей. Сколько потомков было у царя Гороха?
5. Четыре девочки — Катя, Лена, Маша и Нина — участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен — больше, чем каждая из остальных, а Лена — 5 песен — меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?
6. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.
7. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100.
(а) Петя посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее... Докажите, что сумма выписанных Петей чисел также равна 100.
(б) Вася проделал те же операции, но только с числами Пети. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел.
8. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)

9. Дан набор, состоящий из таких 179 чисел, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что произведение чисел в наборе равно 0.
10. В компании пять эльфов, пять гномов и один хоббит. У каждого эльфа по семь знакомых в этой компании, а у каждого гнома по два. Сколько знакомых в этой компании у хоббита?
11. На клетчатой бумаге нарисован выпуклый многоугольник M , причем все его вершины находятся в вершинах клеток и ни одна из его сторон не идёт по вертикали или горизонтали. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков линий сетки, заключённых внутри M , равна сумме длин горизонтальных отрезков линий сетки внутри.
12. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причем для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки. Для каждого города статистик подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих данный город с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. Могло ли у него получиться 100000?
13. Рассмотрим все треугольники с вершинами в вершинах выпуклого 1000-угольника. Докажите, что любая точка, не лежащая на сторонах таких треугольников, покрыта четным числом из них.

В листике суммарно 14 задач (включая пункты).

Количество полученных плюсикиков по этому листику конвертируются в оценку по алгебре по следующему принципу.

3 — 8 плюсикиков;

4 — 10 плюсикиков;

5 — 12 плюсикиков.

Последний день сдачи задач — 31 октября (четверг).