

Графы.

1. Квадрат разрезан на прямоугольники так, что никакая точка квадрата не является вершиной сразу 4х прямоугольников. Докажите, что число точек квадрата, являющихся вершинами прямоугольников чётно.
2. Чемпионат лагеря проводился по круговой системе. За победу давали 2 очка, за ничью - 1, за проигрыш - 0. Если две команды набирали равное количество очков, то место определялось по разнице забитых и пропущенных мячей. Чемпион набрал 7 очков, второй призер - 5, третий - 3. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место?
3. На симпозиуме каждый ученый знаком хотя бы с одним из остальных, но не со всеми. Докажите, что ученых можно разбить на две группы так, что каждый участник симпозиума будет знаком хотя бы с одним человеком из своей группы.
4. В 5555 школе учится всего 20 детей. У каждых двух из них есть общий дед. Докажите, что у одного из дедов в этой школе учится не менее 14 внуков и внучек.
5. *от дружественной олимпиады* На олимпиаде было дано шесть задач. Каждую задачу одолела ровно 1000 школьников, но никакие два школьника не решили вместе все шесть задач. Каково наименьшее возможное число школьников, принявших участие в олимпиаде?
6. Можно ли подобрать компанию, где у каждого ее члена было бы 5 друзей, а у любых двух — ровно два общих друга?