

Неравенство Коши для двух переменных.

1. Докажите, что $999999^2 + 1000001^2 \geq 1999999999998$.
2. Докажите, что $x^4 + \frac{1}{x^2} \geq 2x$ для всех вещественных ненулевых чисел x .
3. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.
4. Докажите, что $\frac{x + y + z + t}{4} \geq \sqrt[4]{xyzt}$ для всех вещественных чисел x, y, z, t .
5. Докажите, что для всех положительных чисел a, b, c , выполнены неравенства:
(а) $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ca + c^2ab$;
(б) $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^3b + b^3c + c^3a$.
6. Докажите, что для всех положительных x выполнено неравенство:

$$x^4 + 1 \geq x^3 + x.$$