

Арифметические прогрессии. Добавка.

Последовательность — ключ ко всем загадкам.

Граф Монте-Кристо

1. В арифметической прогрессии $a_1 = 111$, $d = -6$. Какое наименьшее число членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно взять, чтобы их сумма была отрицательной?
2. В арифметической прогрессии $-63, -58, \dots$ найдите сумму всех ее отрицательных членов.
3. Дана арифметическая прогрессия, в которой $a_2 a_5 = 112$, $a_1 : a_5 = 2$. Определите, сколько в этой прогрессии членов, модуль которых не превосходит 10.
4. В арифметической прогрессии сумма ее m первых членов равна сумме n первых членов (m не равно n). Докажите, что в этом случае сумма ее первых $m + n$ членов равна нулю.
5. Числа a, b, c , одно из которых кратно 7, составляют арифметическую прогрессию с разностью 7. Покажите, что число abc делится на 294.

Все задачи ниже надо сдать устно на спецмате

6. Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия такова, что произведение каждых двух различных её членов — также член этой прогрессии. Докажите, что все её члены — целые числа.
7. Натуральный ряд $1, 2, 3, \dots$ разбит на несколько (конечное число) арифметических прогрессий. Докажите, что хотя бы у одной из этих прогрессий первый член делится на разность.
8. p простых чисел a_1, a_2, \dots, a_p образуют возрастающую арифметическую прогрессию и $a_1 > p$. Докажите, что если p — простое число, то разность прогрессии делится на p .
9. 15 простых натуральных чисел образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Докажите, что разность этой прогрессии больше 30000.
10. Пусть a_1, \dots, a_p — конечная арифметическая прогрессия с разницей, не кратной p . Докажите, что существует некоторый член a_k , такой что $a_k + a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_p$ делится на p^2 .