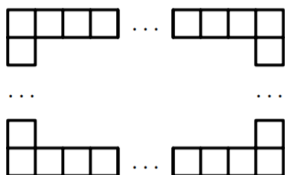


## Старая муниципальная олимпиада

*Не смейся над старым, сам состаришься.*

Японская пословица

- Из 1812 одинаковых квадратов со стороной 1 мм сделали прямоугольную рамку для групповой фотографии (см. рисунок, границы фотографии совпадают с внутренними границами рамки). Потом фотографию разрезали по линии миллиметровой сетки на две прямоугольные части. Теперь понадобилось две рамки, на которые ушло 2018 таких же квадратов. Найдите размеры исходной фотографии.



- Записаны четыре различных натуральных числа. Оказалось, что сумма чисел, им обратных, равна 1. Может ли среди записанных чисел отсутствовать число 2?
- На координатной плоскости построены четыре прямые, уравнения которых имеют вид  $y = kx + b$ . Все коэффициенты и свободные члены — различные натуральные числа от 1 до 8. Могут ли эти 4 прямые разделить плоскость ровно на 8 частей?
- В трапеции  $ABCD$  точка  $M$  — середина боковой стороны  $CD$ . Лучи  $BD$  и  $BM$  делят угол  $ABC$  на три равные части. Диагональ  $AC$  является биссектрисой угла  $BAD$ . Найдите углы трапеции.
- На острове живут 33 рыцаря, а также лжецы и фантазёры. Каждого жителя этого острова по очереди спросили: «Сколько среди вас рыцарей?». Было получено десять различных ответов, каждый из которых был назван более, чем одним жителем. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда называют неверное число, которое ещё не было названо, а фантазёры всегда называют число, которое на единицу больше предыдущего ответа. Обязательно ли было названо число 40?
- Точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $BC$  и  $AD$  четырёхугольника  $ABCD$ . Известно, что  $\angle B = 150^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$  и  $AB = CD$ . Найдите угол между прямыми  $MN$  и  $BC$ .