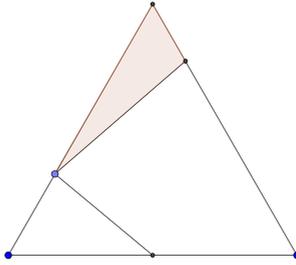


## Точки пересечения разных прямых

*Геометрия — это логика,  
а логика — это поле битвы  
взрослых людей.*

Лейтенант Коломбо

1. В четырёхугольнике  $ABCD$   $\angle B = \angle C = 146^\circ$ . Биссектриса угла  $D$  пересекает серединный перпендикуляр к стороне  $BC$  в точке  $O$ . Найдите  $\angle AOD$ .
2. Пусть  $M$  — основание перпендикуляра, опущенного из вершины  $D$  параллелограмма  $ABCD$  на диагональ  $AC$ . Докажите, что перпендикуляры к прямым  $AB$  и  $BC$ , проведённые через точки  $A$  и  $C$  соответственно, пересекутся на прямой  $DM$ .
3. В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$ , все углы которого тупые,  $\angle A = \angle B$ ,  $\angle C = \angle D$ ,  $\angle E = \angle F$ . Докажите, что серединные перпендикуляры к его сторонам  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  пересекаются в одной точке.
4. В прямоугольнике  $ABCD$  биссектрисы угла  $B$  и внешнего угла  $D$  пересекают сторону  $AD$  и прямую  $AB$  в точках  $K$ ,  $M$  соответственно. Докажите что отрезок  $KM$  равен и перпендикулярен отрезку  $BD$ .
5. Биссектрисы двух соседних углов четырёхугольника пересекаются в середине его стороны. Докажите, что либо у этого четырёхугольника равны два угла, либо две стороны параллельны.
6. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  наименьшая. На сторонах  $AB$  и  $CB$  взяты точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $KA = AC = CL$ . Пусть  $M$  — точка пересечения  $AL$  и  $KC$ , а  $I$  — точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . Докажите, что прямая  $MI$  перпендикулярна прямой  $AC$ .
7. От угла равностороннего треугольника со стороной 1 отрезали меньший треугольник так, что биссектриса его внешнего угла делит пополам сторону исходного треугольника, противоположную данному углу. Найдите периметр отрезанного треугольника.



8. В четырехугольнике три угла равны  $45^\circ$ . Докажите, что параллелограмм Вариньона — квадрат.
9. Дан четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $\angle ABD = \angle DBC = 60^\circ$ ,  $\angle ADB = 40^\circ$ , а  $\angle BDC = 70^\circ$ . Найдите угол между его диагоналями.
10. Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  взаимно перпендикулярны. Через середины сторон  $AB$  и  $AD$  проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам  $CD$  и  $CB$  соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая  $AC$  имеют общую точку.
11. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $CD$ . Через точку  $C$  провели прямую, перпендикулярную прямой  $BM$ , а через точку  $M$  — прямую, перпендикулярную диагонали  $BD$ . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой  $AD$ .
12. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $BK = KL = LC$ . Докажите, что угол  $KLC$  в два раза больше угла  $ABC$ .
13. Дан прямоугольник  $ABCD$  и точка  $P$ . Прямые, проходящие через  $A$  и  $B$  и перпендикулярные, соответственно,  $PC$  и  $PD$ , пересекаются в точке  $Q$ . Докажите, что  $PQ \perp AB$ .
14. В параллелограмме  $ABCD$  опустили перпендикуляр  $BH$  на сторону  $AD$ . На отрезке  $BH$  отметили точку  $M$ , равноудаленную от точек  $C$  и  $D$ . Пусть точка  $K$  — середина стороны  $AB$ . Докажите, что угол  $MKD$  прямой.

В листике суммарно 14 задач (включая пункты).

Количество полученных плюсикиков по этому листику конвертируются в оценку по геометрии по следующему принципу.

**3** — 8 плюсикиков;

**4** — 10 плюсикиков;

**5** — 13 плюсикиков.

Последний день сдачи задач — 16 октября (среда). Крайне рекомендую начать сдавать уже 5 октября.