

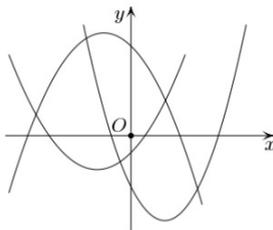
## Виет атакует

*Хоть грустно жить, друзья  
мои,*

*Однако жить еще возможно.*

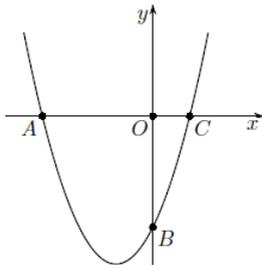
Из поэмы «Руслан и Людмила»

- Используя теорему Виета, угадайте корни квадратных уравнений:  
(а)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ; (б)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ; (с)  $x^2 - (2a + 4)x + a^2 + 4a = 0$ .
- Не вычисляя корней уравнения  $3x^2 + 4x - 1 = 0$ , найдите  
(а)  $x_1^2 + x_2^2$ ,  
(б)  $x_2^3 x_1 + x_1^3 x_2$ ,  
(с)  $x_2^3 + x_1^3$ .
- Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $2x^2 - 7x - 3 = 0$ . Составьте квадратное уравнение, корнями которого будут являться числа  
(а)  $x_1 - 1$  и  $x_2 - 1$ ; (б)  $\frac{1}{x_1}$  и  $\frac{1}{x_2}$ ; (с)  $x_1 x_2^2$  и  $x_2 x_1^2$ ; (д)  $\frac{x_1}{x_2} + 1$  и  $\frac{x_2}{x_1} + 1$ .
- Известно, что корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  — целые числа, а  $p$  и  $q$  — простые числа. Найдите  $p$  и  $q$ .
- Квадратный трёхчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает в точках  $1/a$  и  $c$  значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена  $f(x)$  имеют разные знаки.
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа  $a, b$  и  $c$ , чтобы это были графики трёхчленов  $ax^2 + bx + c$ ,  $bx^2 + cx + a$  и  $cx^2 + ax + b$ ?



- Квадратный трёхчлен  $y = ax^2 + bx + c$  не имеет корней и  $a + b + c > 0$ . Найдите знак коэффициента  $c$ .
- Дискриминанты трёх приведённых квадратных трёхчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из них так, чтобы их сумма равнялась сумме оставшихся корней.
- Алёша написал на доске пять целых чисел — коэффициенты и корни квадратного трёхчлена. Боря стёр одно из них. Остались числа 2, 3, 4, -5. Восстановите стёртое число.

10. Верно ли, что если  $b > a + c > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня?
11. Дан многочлен  $P(t) = t^2 - 4t$ . Доказать, что при любых  $x \geq 1$  и  $y \geq 1$  выполняется  $P(x^2 + y^2) \geq P(2xy)$ .
12. На рисунке изображён график функции  $y = x^2 + ax + b$ . Известно, что прямая  $AB$  перпендикулярна прямой  $y = x$ . Найдите длину отрезка  $OC$ .



13. Существуют ли такие три квадратных трёхчлена, что каждый из них имеет хотя бы один корень, а сумма любых двух из них корней не имеет?
14. Дан график функции  $y = ax^2$ . Прямая пересекает её в точках с абсциссами  $x_1$  и  $x_2$ , а саму ось абсцисс в точке с координатой  $x_3$ . Докажите, что  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$ .
15. Сколько существует прямых, проходящих через точку  $(0, 2019)$  и пересекающих параболу  $y = x^2$  в двух точках с целыми координатами?
16. Сто последовательных чётных чисел взяли в качестве коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$  в 50 квадратных уравнениях вида  $x^2 + a_kx + b_k = 0$ . Могут ли все эти уравнения иметь целые корни?

В листике суммарно 23 задачи (включая пункты).

Количество полученных плюсовых по этому листику конвертируются в оценку по алгебре по следующему принципу.

**3** — 15 плюсовых;

**4** — 18 плюсовых;

**5** — 21 плюсовик.

Последний день сдачи задач — 28 сентября (суббота). Крайне рекомендую начать сдавать уже 21 сентября.