

Суждение есть акт
дифференциации объекта путем
сравнения.

Николай Лосский.

Сравнения по модулю.

Определение. Если числа a и b имеют одинаковые остатки при делении на число m , то говорят, что они сравнимы по модулю m . Обозначают это следующим образом: $a \equiv b$ или $a \equiv b \pmod{m}$.

Определение второе, альтернативное. Числа a и b сравнимы по модулю m тогда и только тогда, когда число $a - b$ делится на m .

1. Свойства сравнений.

- (a) если $a \equiv b$ и $b \equiv c$, то $a \equiv c$;
- (b) $a \equiv a + km$, где k — целое число;
- (c) если $a \equiv b$, то $a + c \equiv b + c$;
- (d) если $a \equiv b$ и $c \equiv d$, то $a + c \equiv b + d$;
- (e) если $a \equiv b$, то $ac \equiv bc$;
- (f) если $a \equiv b$ и $c \equiv d$, то $ac \equiv bd$.
- (g) если $a \equiv b$, то $a^n \equiv b^n$.

2. Найдите остаток от деления:

- (a) $2015 \cdot 2016 \cdot 2017 \cdot 2018 \cdot 2019$ на 11;
- (b) $1001 \cdot 1002 \cdot 1003 + 2001 \cdot 2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004$ на 1000;
- (c) $2017 \cdot 2016 \cdot 2015 + 2019 \cdot 2020 \cdot 2021$ на 2018.

3. Найдите остаток от деления:

- (a) 8^{2020} на 7; (b) 6^{2020} на 7; (c) 3^{2020} на 7.

4. Найдите остаток от деления:

- (a) $9^{2020} + 13^{2020}$ на 11; (b) $9^{2019} + 13^{2019}$ на 11.

5. Докажите, что:

- (a) $2^{2016} \equiv 3^{2016}$;
5
- (b) $2^{2016} \equiv 3^{2016}$;
13
- (c) найдите еще одно простое число p , для которого $2^{2016} \equiv 3^{2016}$.
p