

Инвариант

Мы живем в мире, где нет
ничего постоянного.

Единственное, что есть у нас
постоянного — постоянное
изменение.

Эндрю Мэтьюз

1. Злой Дядька Черномор написал на листке бумаги число 15. 33 богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Дядька выдаст богатырям награду, если в результате получится число 5. Могут ли богатыри получить награду?
2. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
3. Игорь написал на доске шесть чисел: 2, 3, 4, 7, 8 и 9. Каждую минуту он увеличивает два из них на единицу. Может ли Игорь через некоторое время получить 6 равных чисел?
4. Никита написал на доске в некотором порядке 2020 плюсов и 2019 минусов. Время от времени Юра подходит к доске, стирает любые два знака и пишет вместо них один, причём если он стёр одинаковые знаки, то вместо них он пишет плюс, а если разные, то минус. После нескольких таких действий на доске остался только один знак. Какой?
5. В одной клетке таблицы 8×8 стоит знак минус, а в остальных плюсы. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке или в одном столбце. Можно ли многократным применением таких операций получить таблицу из одних плюсов?
6. Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?
7. На доске были записаны числа 1, 4 и 7. Тася складывала два записанных числа и вычитала из этой суммы треть, а результат записывала на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых равно 2020. Найдите остальные числа.
8. Камни лежат в трёх кучках: в одной — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а так-

же разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?