

ОТА. НОД. НОК.

Самый совершенный язык тот,
который выражает наибольшее
количество понятий
наименьшим количеством слов.

Пьер Буаст

0. Вспомните основную теорему арифметики!
1. Является ли число 13 567 417 342 квадратом какого-нибудь натурального числа?
2. Найдите наименьшее натуральное n , для которого $2019!$ не делится на 38^n .
3. Найдите наименьшее натуральное число, половина которого — квадрат, треть — куб, а пятая часть — пятая степень.
4. Хулиган Игорь снял со стены часы со стрелками и ровно в полдень закрасил число 12 красным цветом, после чего решил через каждые 27 часов закрашивать текущий час в красный цвет.
 - (а) Сколько чисел на циферблате окажутся покрашенными?
 - (б) Сколько окажется красных чисел, если Игорь будет красить их каждый 2017-й час?
5. Бак был полон воды. Эту воду поровну перелили в три бидона. Оказалось, что в первом бидоне вода заняла половину его объёма, во втором — $\frac{2}{3}$ объёма, а в третьем — $\frac{3}{4}$ его объёма. Бак и все три бидона вмещают по целому числу литров. При каком наименьшем объёме бака это возможно?
6. a и b — натуральные числа. Известно, что $a^2 + b^2$ делится на ab . Докажите, что $a = b$.
7.
 - (а) Про натуральные числа a и b известно, что $15a = 14b$ и $(a, b) = 13$. Найдите a и b .
 - (б) a и b — целые числа, удовлетворяющие равенству $56a = 65b$. Докажите, что $a + b$ — составное число
8. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b верно равенство

$$\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = ab.$$