Двудольные графы.

0. *Обязательная!!!* Отважные спелеологи обнаружили систему пещер и проходов между ними. После обследования оказалось, что 20 малых пещер имеют по 2 прохода, 8 средних пещер по 6 проходов, а две самые большие — 13 и 11.
(a) Сколько всего проходов в этой системе пещер?
(b) Старожилы говорят, что на самом деле есть еще одна тайная пещера с кладом, в которую ведет ровно один из проходов. Правы ли они?
(c) Ходят слухи, что между большими пещерами невозможно пробраться по проходам. Правдивы ли они?

1. На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?

2. Каждый из десяти гвардейцев кардинала Ришелье хоть раз вызывал на дуэль кого-нибудь из мушкетеров. Причем первый гвардеец бросал вызов на дуэль ровно один раз, второй гвардеец — ровно два раза, $\ldots$, десятый — ровно десять раз. Сколько могло быть мушкетеров, если известно, что каждый из них получал вызов на дуэль ровно пять раз?

3. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый лоскут черного цвета граничит только с лоскутами белого цвета, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

4. В классе больше 30, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?

5. Каждый марсианин знаком ровно со 100 марсианами и с 10 меркурианцами. В свою очередь, каждый меркурианец знаком ровно с 200 меркурианцами и с 11 марсианами. Какая планета — Марс или Меркурий — имеет большую численность населения?

6. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10, как на рисунке:

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

Женя прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Женя была один раз, на клетке 2 — два раза, $\ldots$ на клетке 9 — девять раз. Сколько раз побывала Женя на клетке 10?

7. Можно ли расставить 777 шахматных коней на доске 2018×2018 так, чтобы каждый из них бил ровно 4 других?