

Разнойбой

1. Вася умеет закрашивать на тетрадном листе бумаге 40 клеток, а его младшая сестра Маша — рисовать прямоугольники по клеточкам. Если Маша может нарисовать прямоугольник по клеточкам так, чтобы он содержал ровно 20 отмеченных Васей клеток, то Вася дарит Маше шоколадку. Может ли Вася отметить клетки так, чтобы шоколадку Маше не дарить?
2. Какое минимальное число разных двузначных чисел надо взять, чтобы среди них было два таких, разность квадратов которых делилась бы на 10 без остатка?
3. Докажите, что сумма цифр числа, делящегося на 7, может быть равна любому натуральному числу, кроме единицы.
4. Игорь вычёркивает из слова ИНТЕГРИРОВАНИЕ какие-то две буквы и выписывает получившееся слово (даже бессмысленное), если оно отличается от уже выписанных им, а Таня делает то же самое со словом СУПЕРКОМПЬЮТЕР. У кого получится больше слов?
5. Ученики школы 444 сразились в шахматы в один круг (каждая команда играла с каждой, победа 3 очка, ничья — по 1 очку, проигрыш — 0 очков). Оказалось, что единоличный победитель набрал меньше половины от количества очков возможного для одного участника. Какое наименьшее количество учеников могло участвовать в турнире?
6. Можно ли нарисовать k различных $2k$ -угольников, у которых все вершины общие, но при этом ни у каких двух нет ни одной общей стороны?
7. На полке в ряд стоят пять мешков, в которые продавец кое-как насыпал три килограмма гречки (не обязательно поровну и даже не обязательно в каждый). Пробившийся к полке покупатель может одновременно взять только два мешка, стоящие рядом. Какое наибольшее количество гречки сможет гарантированно забрать взволнованный покупатель?