

## ОТА, НОД и НОК.

- Вспомните основную теорему арифметики!
- Является ли число 13 567 417 342 квадратом какого-нибудь натурального числа?
- Найдите наименьшее натуральное  $n$ , для которого  $2019!$  не делится на  $38^n$ .
- Найдите наименьшее натуральное число, половина которого — квадрат, треть — куб, а пятая часть — пятая степень.
- (а) Пусть  $a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$  и  $b = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_n^{\beta_n}$ . Запишите через разложение на простые множители НОД( $a, b$ ) и НОК( $a, b$ ).

(б) Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  верно равенство  $\text{НОД}(a, b)\text{НОК}(a, b) = ab$ .
- Докажите, что  $\text{НОД}(bc, ac, ab)$  делится на  $\text{НОД}(a, b, c)^2$ .
- Хулиган Игорь снял со стены часы со стрелками и ровно в полдень закрасил число 12 красным цветом, после чего решил через каждые 27 часов закрашивать текущий час в красный цвет.

(а) Сколько чисел на циферблате окажутся покрашенными?

(б) Сколько окажется красных чисел, если Игорь будет красить их каждый 53-й час?
- $a$  и  $b$  — натуральные числа. Известно, что  $a^2 + b^2$  делится на  $ab$ . Докажите, что  $a = b$ .
- Показать, что  $27195^8 - 10887^8 + 10152^8$  делится на 26460.
- Доказать, что в вершинах (а) многоугольника (б\*) многогранника можно расставить натуральные числа так, что в каждом двух вершинах, соединённых ребром, стоят числа не взаимно простые, а в каждом двух вершинах, не соединённых ребром, взаимно простые.