

## Игры. Позиции.

1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник  $5 \times 9$ . В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний. Кто выигрывает при правильной игре?
2. В крайних клетках полосы  $1 \times 103$  стоит по фишке. Саша и Папа ходят по очереди: за ход можно сдвинуть свою фишку вправо или влево на любое количество клеток от 1 до 4, но нельзя перепрыгивать через фишку противника и ставить две фишки на одну клетку. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первым ходит Саша. Кто выигрывает при правильной игре?
3. (а) Двое играют в такую игру: на столе лежат 7 монет по два фунта и 7 монет по одному фунту. За ход разрешается взять монет на сумму не более трех фунтов. Забравший последнюю монету выигрывает. Кто победит при правильной игре? (б) Тот же вопрос, если и тех, и других монет — по 12.
4. Ферзь стоит на поле  $c1$ . За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали "вправо-вверх". Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле  $h8$ .
5. (а) Игра начинается с числа 1. За ход разрешается умножить имеющееся число на любое натуральное число от 2 до 9. Выигрывает тот, кто первым получит число, большее 1000.  
(б) Игра начинается с числа 2. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число, меньшее его. Выигрывает тот, кто получит 1000.
6. На доске написано число  $10^{2018}$ . Двое играют в следующую игру. За один ход с доски можно стереть два одинаковых числа, либо стереть число  $n$  и вместо него записать два числа, в произведение дающих  $n$ , но меньших его. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
7. Выписаны в ряд числа от 1 до 2002. Играют двое, делая ходы поочередно. За один ход разрешается вычеркнуть любое из записанных чисел вместе со всеми его делителями. Выигрывает тот, кто зачеркнёт последнее число. Докажите, что у первого игрока есть способ играть так, чтобы всегда выигрывать.