

Круги Эйлера. Дополнительные задачи

9. На доске написаны 100 натуральных чисел. Оказалось, что произведение любых шести из них кратно 1001. Какое наименьшее количество чисел, кратных 1001, может быть на доске?
10. Куб с ребром длины 20 разбит на 8000 единичных кубиков, и в каждом кубике записано число. Известно, что в каждом столбике из 20 кубиков, параллельном ребру куба, сумма чисел равна 1 (рассматриваются столбики всех трёх направлений). В некотором кубике записано число 10. Через этот кубик проходит три слоя $1 \times 20 \times 20$, параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев.
11. На полу зала площади 6 лежат три старых рваных ковра, каждый из которых покрывает тем не менее участок площади не меньшей, чем 3. Докажите, площадь пересечения каких-то двух из этих ковров не менее 1.
12. Юра, Лёша и Миша коллекционируют марки. Количество Юриных марок, которых нет у Лёши, меньше, чем количество марок, которые есть и у Юры, и у Лёши. Точно так же, число Лёшиных марок, которых нет у Миши, меньше, чем число марок, которые есть и у Лёши и у Миши. А число Мишиных марок, которых нет у Юры, меньше, чем число марок, которые есть и у Юры и у Миши. Докажите, что какая-то марка есть у каждого из трех мальчиков.