

Принцип крайнего

1. В турнире по волейболу, прошедшем в один круг, 20 процентов всех команд не выиграли ни одной игры. Сколько было команд?
2. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
3. По кругу выписаны несколько чисел, каждое равно полусумме двух соседних. Докажите, что все числа равны.
4. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?
5. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что найдется ладья, бьющая:
(а) не более трех других;
(б) не более двух других.
(Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
6. В отряде 6 класса прошло соревнование по перетягиванию каната, в результате все оказались занесены в список по убыванию силы. Сергей Геннадьевич задумался: верно ли, что любые трое перетянут любых двоих. За сколько перетягиваний он сможет это установить?
7. В космическом пространстве летают 2019 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
8. В стране есть несколько городов. Путешественник едет из города А в самый далёкий от него город В. Затем едет в самый далёкий от В город С и т.д. (при этом никакие два города не находятся друг от друга на одинаковом расстоянии). Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернётся обратно в город А.
9. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?