

## Инвариант. Делимость.

**Инвариант** — свойство, остающееся неизменным при преобразованиях определённого типа.

1. Лунтик взял у Милы книжку и сосчитал, сколько понадобилось цифр, чтобы пронумеровать все страницы, начиная с первой. У него получилось 100 цифр. Могло ли так быть, или Лунтик ошибся? Если могло, скажите, сколько было страниц.
2. Машенька взяла какое-то натуральное число, затем подбросила несколько раз монетку, и если выпал орел, умножала число на 2, а если решка – на 3. Могло ли после нескольких подбрасываний у нее получиться число 1234567891011?
3. Некоторые шестиклассники взяли из комнаты №0 фломастеры для стенгазеты. Из них несколько мальчиков взяли по целой пачке из 6 фломастеров, несколько девочек забрали по 9 фломастеров разных цветов, а трем опоздавшим досталось по фломастеру синего цвета. Вечером учитель смог собрать с детей обратно 1234 фломастера. Докажите, что кто-то из детей точно вернул не все фломастеры.
4. Разменный автомат меняет одну монету на четыре других. Можно ли с его помощью заменять металлический рубль на 26 монет? А на 126 монет?
5. На доске было написано число 4. Каждый, кто проходил мимо доски, умножал написанное число на любое натуральное или вычитал 20, затем стирал с доски то, что было написано и писал свой результат. Могло ли после нескольких людей стать написано число 12345678?
6. Илья Муромец рубил головы Змею Горынычу. Если за один удар он срубал 7 голов, то вырастали новые 2 головы. Если же он срубал 3 головы, то вырастали новые 8 голов. Убьет ли Илья Муромец Змея Горыныча, если у того первоначально было (а) 33 (b) 5 (с) 9 голов? (убить Горыныча можно, если срубленные 7 или 3 головы были последними)
7. Вася написал на доске шесть чисел: 1, 3, 5, 7, 9 и 10. Каждую минуту он увеличивает (а) два (b) три любых из них на единицу. Может ли Вася через некоторое время получить 6 равных чисел?
8. На столе стоят 20 стаканов. Из них 19 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?