

## Графы, рассуждения и связность.

- 1. Повторение** Можно ли нарисовать на плоскости 7 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими (отрезкам разрешено пересекаться в одной точке)?
- 2.** В ордене рыцарей Могучей Лопаты каждый рыцарь знаком не менее, чем с половиной ордена. Докажите, что можно выбрать четырёх рыцарей ордена Могучей Лопаты и рассадить за круглым столом так, что при этом каждый будет сидеть рядом со своими знакомыми (известно, что в ордене больше 4 рыцарей).
- 3.** В турнире по крестикам-ноликам в какой-то момент каждый из 22 участников сыграл с какими-то девятью (никакая пара не играла дважды). Докажите, что найдутся 3 участника, не сыгравшие между собой пока ни одной игры.
- 4.** В кружке учатся 20 человек, при этом, какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
- 5.** В Непонятной Конструкции из ниток и палок к самой длинной палке привязана 31 нитка, к самой короткой — только одна, а ко всем остальным — по 20 ниток (нити не связаны между собой, привязаны только к палкам). Докажите, что если поднять Непонятную Конструкцию за длинную палку и потрясти так, чтобы всё, что не привязано, отвалилось, то короткая палка останется висеть.
- 6.** Можно ли расставить 531 шахматного коня на доске  $2020 \times 2020$  так, чтобы каждый из них бил ровно 4 других?
- 7.** В графе 1000 вершин, причём степень каждой из них не меньше 500. Доказать, что граф связан.
- 8.** Из полного 50-вершинного графа выкинули 48 рёбер. Доказать, что он остался связным.