

Графы. Начало.

0. **Творческое задание** Нарисуйте граф, вершинами которого будут являться имена пяти ваших друзей и ваше, а ребро между двумя вершинами будет проведено только в том случае, если в паре имён, которым соответствуют эти вершины, есть общая буква.
1. Сколько рёбер в полном графе (а) на 4 вершинах? (б) На 10 вершинах? (с) На n вершинах?
2. Как вообще посчитать количество рёбер в любом графе, зная число вершин и степень каждой из них?
3. Могут ли степени вершин в графе быть равны:
(а) 5, 2, 3, 1, 3? (б) 8, 8, 8, 6, 5, 4, 2, 2, 1? (с) 3, 4, 5, 1, 2, 2, 2?
4. Семь шестиклассников играли в шахматы. Известно, что Игорь сыграл шесть партий, Кирилл — пять, Арсений и Лев — по три, Настя и Паша — по две, Катя — одну. Кто с кем сыграл?
5. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Путешественник заметил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
6. Во дворе стоят 10 берёз и 6 фонарных столбов. Между ними натянуты бельевые веревки так, что к каждому столбу привязано 7 веревок, а к каждой берёзе — 5. Сколько во дворе бельевых веревок?
7. На карантине жители города М, сидя дома по одному, созванивались друг с другом по скайпу. Вечером спецслужбы посчитали, что каждый из жителей разговаривал по скайпу 3 раза. Могло ли общее количество созвонов по скайпу в этом городе за день быть ровно 2020?
8. Однажды в школе устроили однокруговой (каждая команда играет с каждой) турнир на 15 команд. Докажите, что в любой момент времени турнира найдутся 2 команды, сыгравшие одинаковое число матчей.
9. **Лемма о рукопожатиях:** Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.