

Добавка к раскраскам

1. Выпуклый n -угольник разбит на треугольники непересекающимися диагоналями, причем в каждой его вершине сходится нечетное число треугольников. Докажите, что n делится на 3.
2. Кузнечик умеет прыгать по полоске из n клеток на 8, 9 и 10 клеток в любую сторону. Будем называть натуральное число n пропрыгиваемым, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, обойти всю полоску, побывав на каждой клетке ровно один раз. Найдите хотя бы одно $n > 50$, которое не является пропрыгиваемым.
3. В каждой клетке шахматной доски сидят по два таракана. В некоторый момент времени каждый таракан переползает на соседнюю (по стороне) клетку, причём тараканы, сидевшие в одной клетке, переползают в разные клетки. Какое наибольшее количество клеток доски может после этого остаться свободным?
4. Квадратная коробка конфет разбита на 49 равных квадратных ячеек. В каждой ячейке лежит шоколадная конфета — либо чёрная, либо белая. За один присест Саша может съесть две конфеты, если они одного цвета и лежат в соседних по стороне или по углу ячейках. Какое наибольшее количество конфет гарантированно может съесть Саша, как бы ни лежали конфеты в коробке?
5. В каждой клетке доски 8×8 написали по одному натуральному числу. Оказалось, что при любом разрезании доски на доминошки суммы чисел во всех доминошках будут разные. Может ли оказаться, что наибольшее записанное на доске число не больше 32?