

Принцип крайнего

1. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
2. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?
3. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что найдется ладья, бьющая:
(а) не более трех других;
(б) не более двух других.
(Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
4. 8 грибников собрали 37 грибов. Известно, что никакие двое не собрали грибов поровну и каждый нашёл хотя бы один гриб. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
5. В стране есть несколько городов. Путешественник едет из города А в самый далёкий от него город В. Затем едет в самый далёкий от В город С и т.д. Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернётся обратно в город А.
6. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?
7. В космическом пространстве летают 2019 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
8. По кругу записаны 30 чисел, каждое равное модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке (то есть разности с отброшенным знаком). Сумма всех чисел равна 300. Что это за числа и в каком порядке записаны?