

Строим примеры

1. Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел не делилась на 3.
2. Среди 4-х людей нет трех с одинаковым именем, одинаковым отчеством или одинаковой фамилией, но у любых двух людей совпадают либо имя, либо отчество, либо фамилия. Может ли так быть?
3. (а) Составьте из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 магический квадрат, то есть разместите их в таблице 3×3 так, чтобы суммы чисел по строкам, столбцам и двум диагоналям были одинаковы.
(б) Аналогичный вопрос для чисел от 1 до 25 и квадрата 5×5 .
4. Используя каждую из цифр от 0 до 9 ровно по разу, запишите 5 ненулевых чисел так, чтобы каждое делилось на предыдущее.
5. В первой строке таблицы записаны подряд все числа от 1 до 9. Можно ли заполнить вторую строку этой таблицы теми же числами от 1 до 9 в каком-нибудь порядке так, чтобы сумма двух чисел в каждом столбце оказалась точным квадратом?
6. Существуют ли шесть таких последовательных натуральных чисел, что наименьшее общее кратное первых трёх из них больше, чем наименьшее общее кратное трёх следующих?
7. (а) Придумайте три правильные несократимые дроби, сумма которых – целое число, а если каждую из этих дробей "перевернуть" (то есть заменить на обратную), то сумма полученных дробей тоже будет целым числом.
(б) То же, но числители дробей – не равные друг другу натуральные числа.
8. Расставить на стандартной шахматной доске 8×8
(а) 5 ферзей так, чтобы они били все клетки поля.
(б) 8 ферзей так, чтобы ни один из них не находился под боем другого.
- 9.* В Совершенном городе шесть площадей. Каждая площадь соединена прямыми улицами ровно с тремя другими площадями. Никакие две улицы в городе не пересекаются. Из трёх улиц, отходящих от каждой площади, одна проходит внутри угла, образованного двумя другими. Начертите возможный план такого города.
- 10.* Бабе-Яге подарили большие песочные часы на 5 минут и маленькие — на 2 минуты. Зелье должно непрерывно кипеть ровно 8 минут. Когда оно закипело, весь песок в больших часах находился в нижней половине, а в маленьких — какая-то (неизвестная) часть песка в верхней, а остальная часть — в нижней половине. Помогите Бабе-Яге отмерить ровно 8 минут. (Песок все время сыплется с постоянной скоростью. На переворачивание время не тратится.)