

Чётность

- (a) Сумма двух целых чисел нечётна. Чётно или нечётно их произведение?

(b) Сумма трёх целых чисел чётна. Чётно или нечётно их произведение?

(c) Произведение двух чисел умножили на их сумму. Чётным или нечётным будет результат умножения?
- Чётным или нечётным является число

(a) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2019$;

(b) $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \dots + 2019 \cdot 2020$;

(c) $1 + 2 + 3 + \dots + 2020$;

(d) $1 + 3 + 5 + \dots + 2019$?
- (a) В книге 102 листа. Страницы пронумерованы по порядку числами от 3 до 208. Нехороший ребёнок вырвал из этой книги 35 листов и сложил все 70 чисел, которые на них написаны. В ответе у него получилось 2020. Не ошибся ли он?

(b) Мог ли нехороший ребёнок вырвать несколько страниц (необязательно подряд идущих), чтобы суммы всех номеров на них равнялась 2020?
- Артур перемножил 17 целых чисел и получил 1025, а Коля сложил эти же числа и получил 100. Докажите, что кто-то из них ошибся.
- На доске написаны 123 целых числа.

(a) Докажите, что можно стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет чётной.

(b) Верно ли это для 124 чисел?
- Даны пять чисел; сумма любых трёх из них чётна. Доказать, что все числа чётны.
- Кузнечик находится на длинной тропинке. В первую минуту он прыгает на 2019 см вправо, во вторую минуту — на 2018 см влево, в третью — на 2017 см вправо, в четвертую — на 2016 см влево, ..., в последнюю минуту он прыгает на 1 см. В какую сторону он прыгает в последнюю минуту? Могло ли так оказаться, что после последнего прыжка кузнечик вернется в исходную точку?