

Чётность, круги и разбиение на пары

1. Можно ли на шахматной доске расставить 7 коней так, чтобы каждый бил ровно одного другого?
2. Ученица 5 класса Катя и несколько её одноклассников встали в круг, взявшись за руки. Оказалось, что каждый держит за руки либо двух мальчиков, либо двух девочек. Если в кругу стоит пять мальчиков, то сколько там стоит девочек?
3. За круглым столом сидят мальчики и девочки. Докажите, что количество пар соседей разного пола чётно.

Комментарий: в следующих трёх задачах решения принимаются только с использованием рассуждений от противного.

4. Сто человек сидят за круглым столом, причем более половины из них — мужчины. Докажите, что какие-то два мужчины сидят друг напротив друга.
5. По кругу стоят 111 людей. Среди любых двух стоящих рядом есть хотя бы один любопытный. Докажите, что хотя бы 56 человек являются любопытными.
6. По кругу отмечено 101 точка одного из двух цветов. Докажите, что найдутся две одноцветные точки
 - (a) идущие подряд;
 - (b) разделенные ровно двумя другими.
7. За круглым столом сидят 45 представителей четырёх племён: эльфы, люди, гномы и гоблины. Люди никогда не сидят рядом с гоблинами, эльфы — рядом с гномами. Докажите, что какие-то два представителя одного племени сидят рядом.
8. На прямой отмечено 45 точек, лежащих вне отрезка AB . Докажите, что сумма расстояний от этих точек до точки A не может быть равна сумме расстояний от этих точек до точки B .