

## Постепенное конструирование. Добавка.

7. Из квадрата (a)  $8 \times 8$ ; (b)  $16 \times 16$ ; (c)  $2^n \times 2^n$  вырезали угловую клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру всегда можно разрезать на уголки, состоящие из трех клеток.  
(d) Из квадрата  $2^n \times 2^n$  вырезали произвольную клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру всегда можно разрезать на уголки, состоящие из трех клеток.
8. На сколько частей делят плоскость 100 прямых, среди которых нет параллельных, и никакие три не пересекаются в одной точке?
9. (a) Докажите, что существует четырехзначное число, состоящее из единиц и двоек, которое делится на 16.  
(b) Докажите, что существует пятизначное число, состоящее из единиц и двоек, которое делится на 32.  
(c) Докажите, что существует десятизначное число, состоящее из единиц и двоек, которое делится на 1024.
10. Плоскость поделена на области несколькими прямыми. Докажите, что эти области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние области были раскрашены в различные цвета.