

Постепенное конструирование

1. На бесконечной тропинке через каждый метр нарисована метка. На одной из отметок сидит хромой кузнечик, который умеет прыгать влево на 7 клеток, а вправо — на 4 клетки.
 - (a) Как кузнечику перепрыгнуть на одно деление правее;
 - (b) Как кузнечику перепрыгнуть на одно деление левее;
 - (c) Докажите, что кузнечик сможет допрыгать до любой отметки.
2.
 - (a) Покажите, каким образом можно выдать сумму 8, 9, 10, 11, 12 копеек, используя только трехкопеечные и пятикопеечные монеты.
 - (b) Докажите, что трёхкопеечными и пятикопеечными монетами можно выдать любую сумму, большую 7 копеек.
3. Вупсень рвет каждый попадающий ему в руки кусок бумаги на 4 части, а Пупсень — на 6. Докажите, что объединенными усилиями они могут разорвать газету на любое количество частей, начиная с девяти.
4. Имеются двое песочных часов. Одни отмеряют 3 минуты, а другие — 10 минут. Можно ли при помощи этих часов сварить яйцо всмятку если для этого его требуется варить:
 - (a) ровно 4 минуты,
 - (b) ровно 5 минут,
 - (c) ровно 28 минут.
5.
 - (a) Как разрезать палку длины 7 см на 3 части так, чтобы, используя эти палочки, можно было отмерить любую длину от 1 до 7 см.
 - (b) Теперь разрежьте палку длины 15 см на 4 части.
 - (c) А теперь разрежьте палку длины 1000 см на 10 частей.
6. Головоломка «Ханойские башни» представляет собой N дисков, нанизанных в порядке уменьшения размеров на один из трех колышков. Требуется переместить всю башню на другой колышек, перенося каждый раз только один диск и не помещая больший диск на меньший. Докажите, что головоломка имеет решение для
 - (a) $N = 4$;
 - (b) $N = 5$;
 - (c) произвольного N .