

Разнойбой по многочленам

1. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили x^2 , его наименьшее значение увеличилось на 1, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 3. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить $2x^2$?
2. Даны квадратные трёхчлены f и g со старшими коэффициентами равными 1. Известно, что сумма четырех корней этих трёхчленов равна p . Найдите сумму корней трёхчлена $f + g$, если известно, что он имеет два корня.
3. Три коэффициента a, b, c и два корня x_1, x_2 квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, выписанные в некотором порядке, образуют ряд из пяти последовательных целых чисел. Найдите все такие трёхчлены.
4. Существуют ли такие натуральные x и y , что $x^4 - y^4 = x^3 + y^3$?
5. Приведённый квадратный трёхчлен $P(x)$ таков, что многочлены $P(x)$ и $P(P(P(x)))$ имеют общий корень. Докажите, что $P(0)P(1) = 0$.
6. Найдите свободный член многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами, если известно, что он по модулю меньше тысячи, и $P(19) = P(94) = 1994$.
7. Рассмотрим всевозможные приведенные квадратные трёхчлены $x^2 + px + q$ с целыми коэффициентами p и q . Назовем областью значений такого трёхчлена множество его значений во всех целых точках $x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Какое наибольшее количество таких трёхчленов можно выбрать, чтобы их области значений попарно не пересекались?