

Принцип Дирихле в графах.

- а) 10 человек послали друг другу письма, причем каждый послал ровно 5 людям. Какое наименьшее количество пар людей отправили письма друг другу?
б) В классе учатся 26 школьников. Каждый из них, кроме Кати, на Новый год послал поздравительную СМСку 12 одноклассникам, а Катя -20ти. Оказалось, что Вовочка получил всего 7 СМСок. Докажите, что найдется пара одноклассников, пославших новогодние СМСки друг другу.
- а) Про компанию из 19 человек известно, что какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
б) Для любых 4 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит не меньше 8 дорог, если всего городов 25.
в) Для любых 30 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит больше 20 дорог, если всего городов 610.
г) Для любых 36 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Возьмем город с наибольшим количеством дорог из него. Какое наименьшее количество их может быть, если всего городов 1000?
д) Для любых 3 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Какое минимальное количество дорог может быть в стране, если городов всего 20?
- а) Докажите, что среди любых 6 людей есть либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых.
б) В полном графе с 17 вершинами некоторые рёбра покрасили в красный цвет, некоторые – в синий, а остальные – в зелёный. Докажите, что обязательно найдётся одноцветный треугольник.
- В пространстве расположены 9 точек, причем никакие 3 не лежат на одной прямой. Каждая точка соединена ровно с 4. Докажите, что какие-то три точки образуют треугольник.
- а) В футбольном однокруговом турнире участвовало 14 команд. По итогам его оказалось, что не случилось ни одной ничьей. Докажите, что можно выбрать 3 такие команды, что каждая из оставшихся 11 проиграла хотя бы какой-нибудь из этих команд.
б) В футбольном однокруговом турнире участвовало 25 команд. Какое наименьшее количество «победителей» можно выбрать, что любая из оставшихся команд проиграла хотя бы одному из «победителей»?

Принцип Дирихле в графах.

- а) 10 человек послали друг другу письма, причем каждый послал ровно 5 людям. Какое наименьшее количество пар людей отправили письма друг другу?
б) В классе учатся 26 школьников. Каждый из них, кроме Кати, на Новый год послал поздравительную СМСку 12 одноклассникам, а Катя -20ти. Оказалось, что Вовочка получил всего 7 СМСок. Докажите, что найдется пара одноклассников, пославших новогодние СМСки друг другу.
- а) Про компанию из 19 человек известно, что какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
б) Для любых 4 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит не меньше 8 дорог, если всего городов 25.
в) Для любых 30 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит больше 20 дорог, если всего городов 610.
г) Для любых 36 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Возьмем город с наибольшим количеством дорог из него. Какое наименьшее количество их может быть, если всего городов 1000?
д) Для любых 3 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Какое минимальное количество дорог может быть в стране, если городов всего 20?
- а) Докажите, что среди любых 6 людей есть либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых.
б) В полном графе с 17 вершинами некоторые рёбра покрасили в красный цвет, некоторые – в синий, а остальные – в зелёный. Докажите, что обязательно найдётся одноцветный треугольник.
- В пространстве расположены 9 точек, причем никакие 3 не лежат на одной прямой. Каждая точка соединена ровно с 4. Докажите, что какие-то три точки образуют треугольник.
- а) В футбольном однокруговом турнире участвовало 14 команд. По итогам его оказалось, что не случилось ни одной ничьей. Докажите, что можно выбрать 3 такие команды, что каждая из оставшихся 11 проиграла хотя бы какой-нибудь из этих команд.
б) В футбольном однокруговом турнире участвовало 25 команд. Какое наименьшее количество «победителей» можно выбрать, что любая из оставшихся команд проиграла хотя бы одному из «победителей»?