

Конструктивы и не только в графах

1. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки?
2. Сеть связи из 10 узлов организована так, что при выходе из строя любых двух узлов сохраняется возможность передачи информации между любыми двумя из оставшихся узлов (возможно, не напрямую)
 - а) Докажите, что в сети хотя бы 15 проводов.
 - б) Приведите пример на 15 проводов.
3. Телефонная компания «Х.ЛВ» ввела льготный тариф для школьников, позволяющий каждому школьнику выбрать k человек, которым он может звонить бесплатно. Какое наибольшее количество школьников можно подключить к этому тарифу так, чтобы из любых двух школьников один мог бесплатно звонить другому?
4. В стране 16 аэропортов, каждый связан рейсами ровно с тремя другими. Если при полете из одного аэропорта в другой обнаруживается пассажир с коронавирусом, немедленно оба аэропорта закрываются на карантин и все рейсы в них и из них отменяются. Джокер может засылать зараженного коронавирусом на любой рейс, но только по одному человек в день (зараженного при это сразу обнаруживают). Всегда ли Джокер может добиться, чтобы были закрыты все аэропорты? (По другим причинам аэропорты не закрывают и рейсы не отменяют)
5. На столе лежат несколько тонких спичек одинаковой длины. Всегда ли можно раскрасить их концы
 - а) в 2, б) в 3 цвета так, чтобы два конца каждой спички были разных цветов, а каждые два касающихся конца (разных спичек) – одного и того же цвета?
6.
 - а) Можно ли подобрать компанию, где у каждого ее члена было бы пять друзей, а у любых двух – ровно два общих друга?
 - б) Можно ли подобрать компанию, где у каждого ее члена было бы шесть друзей, а у любых двух – ровно два общих друга?
7. Дано n точек, $n > 4$. Можно ли соединить их стрелками так, чтобы из каждой точки в любую другую можно было попасть, пройдя либо по одной стрелке, либо по двум (каждые две точки можно соединить стрелкой только в одном направлении; идти по стрелке можно только в указанном на ней направлении)?
8. В игре "Десант" две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия? (Число городов конечно, каждая дорога соединяет ровно два города.)
9. На собрание пришло n человек ($n > 1$). Оказалось, что у любых двух из них есть среди собравшихся ровно два других общих знакомых.
 - а) Докажите, что каждый из них знаком с одинаковым числом людей на этом собрании.
 - б) Покажите, что n может быть больше 4.
10.
 - а) Есть $2n + 1$ батарейка ($n > 2$). Известно, что хороших среди них на одну больше, чем плохих, но какие именно батарейки хорошие, а какие плохие, неизвестно. В фонарик вставляются две батарейки, при этом он светит, только если обе – хорошие. За какое наименьшее число таких попыток можно гарантированно добиться, чтобы фонарик светил?
 - б) Та же задача, но батареек $2n$ ($n > 2$), причём хороших и плохих поровну.

Конструктивы и не только в графах

1. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки?
2. Сеть связи из 10 узлов организована так, что при выходе из строя любых двух узлов сохраняется возможность передачи информации между любыми двумя из оставшихся узлов (возможно, не напрямую)
 - а) Докажите, что в сети хотя бы 15 проводов.
 - б) Приведите пример на 15 проводов.
3. Телефонная компания «Х.ЛВ» ввела льготный тариф для школьников, позволяющий каждому школьнику выбрать k человек, которым он может звонить бесплатно. Какое наибольшее количество школьников можно подключить к этому тарифу так, чтобы из любых двух школьников один мог бесплатно звонить другому?
4. В стране 16 аэропортов, каждый связан рейсами ровно с тремя другими. Если при полете из одного аэропорта в другой обнаруживается пассажир с коронавирусом, немедленно оба аэропорта закрываются на карантин и все рейсы в них и из них отменяются. Джокер может засылать зараженного коронавирусом на любой рейс, но только по одному человек в день (зараженного при это сразу обнаруживают). Всегда ли Джокер может добиться, чтобы были закрыты все аэропорты? (По другим причинам аэропорты не закрывают и рейсы не отменяют)
5. На столе лежат несколько тонких спичек одинаковой длины. Всегда ли можно раскрасить их концы
 - а) в 2, б) в 3 цвета так, чтобы два конца каждой спички были разных цветов, а каждые два касающихся конца (разных спичек) – одного и того же цвета?
6.
 - а) Можно ли подобрать компанию, где у каждого ее члена было бы пять друзей, а у любых двух – ровно два общих друга?
 - б) Можно ли подобрать компанию, где у каждого ее члена было бы шесть друзей, а у любых двух – ровно два общих друга?
7. Дано n точек, $n > 4$. Можно ли соединить их стрелками так, чтобы из каждой точки в любую другую можно было попасть, пройдя либо по одной стрелке, либо по двум (каждые две точки можно соединить стрелкой только в одном направлении; идти по стрелке можно только в указанном на ней направлении)?
8. В игре "Десант" две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия? (Число городов конечно, каждая дорога соединяет ровно два города.)
9. На собрание пришло n человек ($n > 1$). Оказалось, что у любых двух из них есть среди собравшихся ровно два других общих знакомых.
 - а) Докажите, что каждый из них знаком с одинаковым числом людей на этом собрании.
 - б) Покажите, что n может быть больше 4.
10.
 - а) Есть $2n + 1$ батарейка ($n > 2$). Известно, что хороших среди них на одну больше, чем плохих, но какие именно батарейки хорошие, а какие плохие, неизвестно. В фонарик вставляются две батарейки, при этом он светит, только если обе – хорошие. За какое наименьшее число таких попыток можно гарантированно добиться, чтобы фонарик светил?
 - б) Та же задача, но батареек $2n$ ($n > 2$), причём хороших и плохих поровну.