Игры

1. На доске написано число 60. За ход число можно уменьшить на любой его натуральный делитель. Игрок, получивший ноль — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Двое играют. На некоторой клетке шахматной доски находится фишка. Первый игрок переставляет фишку в какую-то другую клетку. Затем фишку можно переставлять только на большее расстояние, чем на предыдущем ходе. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

3. Имеются две кучи камней, с m и n камнями ($m \neq n$). Двое по очереди берут любое количество камней только из одной кучи так, чтобы после хода осталось разное количество камней в кучах. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. На бесконечном листе клетчатой бумаги двое по очереди красят стороны клеток: первый — красным цветом, второй — синим. Нельзя красить одну сторону дважды (изначально ничего не покрашено). Может ли первый игрок создать замкнутую ломаную красного цвета?

5. Имеется 99! молекул. Двое по очереди за один ход съедают не меньше одной, но не больше 1% молекул. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

6. Пусть X – непустое конечное множество. Двое по очереди называют непустые подмножества множества X, причем запрещается называть такие, которые содержат хотя бы одно уже названное подмножество. Проигрывает тот игрок, который не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?

7. (9-5-2018, финал) На окружности отмечено 99 точек, делящих эту окружность на 99 равных дуг. Петя и Вася играют в игру, делая ходы по очереди. Первым ходит Петя; своим первым ходом он окрашивает в красный или синий цвет любую отмеченную точку. Затем каждый из игроков своим ходом может окрасить в красный или синий цвет любую неокрашенную отмеченную точку, соседнюю с уже окрашенной. Вася выигрывает, если после окрашивания всех точек найдётся равносторонний треугольник, все три вершины которого окрашены, причём в один и тот же цвет. Может ли Петя ему помешать?

8. (10-2-2019, финал) Паша и Вова играют в следующую игру, делая ходы по очереди. Начинает Паша. Изначально перед мальчиками лежит большой кусок пластилина. За один ход Паша может разрезать любой из имеющихся кусков пластилина на три части (не обязательно равные). Вова своим ходом выбирает два куска и слепляет их вместе. Паша побеждает, если в некоторый момент среди имеющихся кусков пластилина окажется 100 кусков одинаковой массы. Может ли Вова помешать Паше победить?

9. (9-3-2017 регион) Паша выбрал 2017 (не обязательно различных) натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{2017}$ и играет сам с собой в следующую игру. Изначально у него есть неограниченный запас камней и 2017 больших пустых коробок. За один ход Паша добавляет в любую коробку (по своему выбору) a_1 камней, в любую из оставшихся коробок (по своему выбору) — a_2 камней, ..., наконец, в оставшуюся коробку — a_{2017} камней. Пашина цель — добиться того, чтобы после некоторого хода во всех коробках стало поровну камней. Мог ли он выбрать числа так, чтобы цели можно было добиться за 43 хода, но нельзя — за меньшее ненулевое число ходов?

Игры

1. На доске написано число 60. За ход число можно уменьшить на любой его натуральный делитель. Игрок, получивший ноль — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Двое играют. На некоторой клетке шахматной доски находится фишка. Первый игрок переставляет фишку в какую-то другую клетку. Затем фишку можно переставлять только на большее расстояние, чем на предыдущем ходе. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

3. Имеются две кучи камней, с m и n камнями ($m \neq n$). Двое по очереди берут любое количество камней только из одной кучи так, чтобы после хода осталось разное количество камней в кучах. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. На бесконечном листе клетчатой бумаги двое по очереди красят стороны клеток: первый — красным цветом, второй — синим. Нельзя красить одну сторону дважды (изначально ничего не покрашено). Может ли первый игрок создать замкнутую ломаную красного цвета?

5. Имеется 99! молекул. Двое по очереди за один ход съедают не меньше одной, но не больше 1% молекул. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

6. Пусть X – непустое конечное множество. Двое по очереди называют непустые подмножества множества X, причем запрещается называть такие, которые содержат хотя бы одно уже названное подмножество. Проигрывает тот игрок, который не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?

7. (9-5-2018, финал) На окружности отмечено 99 точек, делящих эту окружность на 99 равных дуг. Петя и Вася играют в игру, делая ходы по очереди. Первым ходит Петя; своим первым ходом он окрашивает в красный или синий цвет любую отмеченную точку. Затем каждый из игроков своим ходом может окрасить в красный или синий цвет любую неокрашенную отмеченную точку, соседнюю с уже окрашенной. Вася выигрывает, если после окрашивания всех точек найдётся равносторонний треугольник, все три вершины которого окрашены, причём в один и тот же цвет. Может ли Петя ему помешать?

8. (10-2-2019, финал) Паша и Вова играют в следующую игру, делая ходы по очереди. Начинает Паша. Изначально перед мальчиками лежит большой кусок пластилина. За один ход Паша может разрезать любой из имеющихся кусков пластилина на три части (не обязательно равные). Вова своим ходом выбирает два куска и слепляет их вместе. Паша побеждает, если в некоторый момент среди имеющихся кусков пластилина окажется 100 кусков одинаковой массы. Может ли Вова помешать Паше победить?

9. (9-3-2017 регион) Паша выбрал 2017 (не обязательно различных) натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{2017}$ и играет сам с собой в следующую игру. Изначально у него есть неограниченный запас камней и 2017 больших пустых коробок. За один ход Паша добавляет в любую коробку (по своему выбору) a_1 камней, в любую из оставшихся коробок (по своему выбору) — a_2 камней, ..., наконец, в оставшуюся коробку — a_{2017} камней. Пашина цель — добиться того, чтобы после некоторого хода во всех коробках стало поровну камней. Мог ли он выбрать числа так, чтобы цели можно было добиться за 43 хода, но нельзя — за меньшее ненулевое число ходов?