

Учимся писать

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?
2. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
3. Найдите наибольшее k такое, что если из 30 точек на плоскости никакие k не лежат на одной прямой, то эти точки так можно разбить на 10 троек, что никакие три точки из одной тройки не лежат на одной прямой. (подумать над заменой)
4. На экране компьютера напечатано натуральное число, делящееся на 7, а курсор находится в промежутке между некоторыми двумя его соседними цифрами. Докажите, что существует такая цифра, что, если её впечатать в этот промежуток любое число раз, то все получившиеся числа также будут делиться на 7.
5. Шайка разбойников отобрала у купца мешок с монетами. Каждая монета стоит целое число грошей. Оказалось, что какую монету не отложи, оставшиеся монеты можно поделить между разбойниками так, что каждый получит одинаковую сумму. Докажите, что число монет без одной делится на число разбойников в шайке.
6. Докажите, что для любых натуральных a_1, a_2, \dots, a_k таких, что $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} > 1$, у уравнения $[\frac{n}{a_1}] + [\frac{n}{a_2}] + \dots + [\frac{n}{a_k}] = n$ не больше чем $a_1 a_2 \dots a_k$ решений в натуральных числах. ($[x]$ — целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x .)

Учимся писать

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?
2. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
3. Найдите наибольшее k такое, что если из 30 точек на плоскости никакие k не лежат на одной прямой, то эти точки так можно разбить на 10 троек, что никакие три точки из одной тройки не лежат на одной прямой. (подумать над заменой)
4. На экране компьютера напечатано натуральное число, делящееся на 7, а курсор находится в промежутке между некоторыми двумя его соседними цифрами. Докажите, что существует такая цифра, что, если её впечатать в этот промежуток любое число раз, то все получившиеся числа также будут делиться на 7.
5. Шайка разбойников отобрала у купца мешок с монетами. Каждая монета стоит целое число грошей. Оказалось, что какую монету не отложи, оставшиеся монеты можно поделить между разбойниками так, что каждый получит одинаковую сумму. Докажите, что число монет без одной делится на число разбойников в шайке.
6. Докажите, что для любых натуральных a_1, a_2, \dots, a_k таких, что $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} > 1$, у уравнения $[\frac{n}{a_1}] + [\frac{n}{a_2}] + \dots + [\frac{n}{a_k}] = n$ не больше чем $a_1 a_2 \dots a_k$ решений в натуральных числах. ($[x]$ — целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x .)

Учимся писать

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?
2. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
3. Найдите наибольшее k такое, что если из 30 точек на плоскости никакие k не лежат на одной прямой, то эти точки так можно разбить на 10 троек, что никакие три точки из одной тройки не лежат на одной прямой. (подумать над заменой)
4. На экране компьютера напечатано натуральное число, делящееся на 7, а курсор находится в промежутке между некоторыми двумя его соседними цифрами. Докажите, что существует такая цифра, что, если её впечатать в этот промежуток любое число раз, то все получившиеся числа также будут делиться на 7.
5. Шайка разбойников отобрала у купца мешок с монетами. Каждая монета стоит целое число грошей. Оказалось, что какую монету не отложи, оставшиеся монеты можно поделить между разбойниками так, что каждый получит одинаковую сумму. Докажите, что число монет без одной делится на число разбойников в шайке.
6. Докажите, что для любых натуральных a_1, a_2, \dots, a_k таких, что $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} > 1$, у уравнения $[\frac{n}{a_1}] + [\frac{n}{a_2}] + \dots + [\frac{n}{a_k}] = n$ не больше чем $a_1 a_2 \dots a_k$ решений в натуральных числах. ($[x]$ — целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x .)

Учимся писать

1. В строку выписано 39 чисел, не равных нулю. Сумма любых двух соседних чисел положительна, а сумма всех чисел отрицательна. Каким может быть знак произведения всех чисел?
2. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
3. Найдите наибольшее k такое, что если из 30 точек на плоскости никакие k не лежат на одной прямой, то эти точки так можно разбить на 10 троек, что никакие три точки из одной тройки не лежат на одной прямой. (подумать над заменой)
4. На экране компьютера напечатано натуральное число, делящееся на 7, а курсор находится в промежутке между некоторыми двумя его соседними цифрами. Докажите, что существует такая цифра, что, если её впечатать в этот промежуток любое число раз, то все получившиеся числа также будут делиться на 7.
5. Шайка разбойников отобрала у купца мешок с монетами. Каждая монета стоит целое число грошей. Оказалось, что какую монету не отложи, оставшиеся монеты можно поделить между разбойниками так, что каждый получит одинаковую сумму. Докажите, что число монет без одной делится на число разбойников в шайке.
6. Докажите, что для любых натуральных a_1, a_2, \dots, a_k таких, что $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} > 1$, у уравнения $[\frac{n}{a_1}] + [\frac{n}{a_2}] + \dots + [\frac{n}{a_k}] = n$ не больше чем $a_1 a_2 \dots a_k$ решений в натуральных числах. ($[x]$ — целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x .)