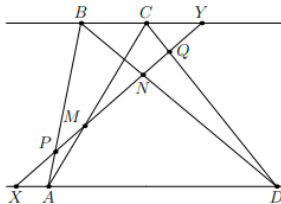


### Подобные треугольники.

1. Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Найдите стороны треугольника  $AED$ , если  $AB=3$ ,  $BC=10$ ,  $CD=4$ ,  $AD=12$ .
2. Каждый из двух подобных треугольников разрезали на два треугольника так, что одна из получившихся частей одного треугольника подобна одной из частей другого треугольника. Верно ли, что оставшиеся части также подобны?
3. а) В треугольник, основание которого равно 48, а высота – 16, вписан прямоугольник с отношением сторон  $5 : 9$ , причём большая сторона лежит на основании треугольника. Найдите стороны прямоугольника.  
б) В треугольник, у которого основание равно 30, а высота – 10, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Найдите гипотенузу.
4. а) В трапеции заданы основания  $BC=4$  и  $AD=9$ . Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $E$ . Через  $E$  параллельно основаниям трапеции проведена прямая, пересекающая продолжение диагонали  $AC$  в точке  $F$ . Площадь треугольника  $FCE=36$ . Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .  
б) Площадь трапеции  $ABCD$  равна 405. Диагонали пересекаются в точке  $O$ , отрезки, соединяющие середину  $P$  основания  $AD$  с вершинами  $B$  и  $C$ , пересекаются с диагоналями трапеции в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь треугольника  $MON$ , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.
5. На диагонали  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечена точка  $X$ . Прямая  $AX$  пересекает прямые  $BC$ ,  $CD$  в точках  $P$ ,  $Q$ . Докажите, что  $AX^2 = XP \cdot XQ$ .
6. Прямая, проходящая через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$ , пересекает сторону  $CD$  в точке  $E$  и прямую  $BC$  в точке  $F$ . Докажите, что

$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2}.$$

7. а) В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что  $A_1C \cdot BC = B_1C \cdot AC$ .  
б) На высотах  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $B_2$  и  $C_2$  так, что  $\angle AB_2C = \angle AC_2B = 90^\circ$ . Докажите, что  $AB_2 = AC_2$ .
8. Прямая пересекает боковые стороны, диагонали и продолжения оснований трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) так, как это показано на рисунке. Докажите, что если  $XP = YQ$ , то  $XM = YN$ .



#### Домашняя работа.

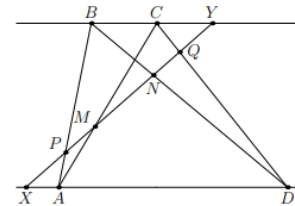
9. Боковая сторона  $AB$  трапеции  $ABCD$  разделена на пять равных частей, и через третью точку деления, считая от точки  $B$ , проведена прямая, параллельная основаниям  $BC$  и  $AD$ . Найдите отрезок этой прямой, заключённый между сторонами трапеции, если  $BC=a$  и  $AD=b$ .
10.  $ABCD$  – данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к  $BC$  прямая, которая пересекает  $BC$  в точке  $E$ , а продолжение  $AB$  – в точке  $F$ . Найдите  $BE$ , если  $AB=a$ ,  $BC=b$  и  $BF=c$ .

### Подобные треугольники.

1. Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Найдите стороны треугольника  $AED$ , если  $AB=3$ ,  $BC=10$ ,  $CD=4$ ,  $AD=12$ .
2. Каждый из двух подобных треугольников разрезали на два треугольника так, что одна из получившихся частей одного треугольника подобна одной из частей другого треугольника. Верно ли, что оставшиеся части также подобны?
3. а) В треугольник, основание которого равно 48, а высота – 16, вписан прямоугольник с отношением сторон  $5 : 9$ , причём большая сторона лежит на основании треугольника. Найдите стороны прямоугольника.  
б) В треугольник, у которого основание равно 30, а высота – 10, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Найдите гипотенузу.
4. а) В трапеции заданы основания  $BC=4$  и  $AD=9$ . Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $E$ . Через  $E$  параллельно основаниям трапеции проведена прямая, пересекающая продолжение диагонали  $AC$  в точке  $F$ . Площадь треугольника  $FCE=36$ . Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .  
б) Площадь трапеции  $ABCD$  равна 405. Диагонали пересекаются в точке  $O$ , отрезки, соединяющие середину  $P$  основания  $AD$  с вершинами  $B$  и  $C$ , пересекаются с диагоналями трапеции в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь треугольника  $MON$ , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.
5. На диагонали  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  отмечена точка  $X$ . Прямая  $AX$  пересекает прямые  $BC$ ,  $CD$  в точках  $P$ ,  $Q$ . Докажите, что  $AX^2 = XP \cdot XQ$ .
6. Прямая, проходящая через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$ , пересекает сторону  $CD$  в точке  $E$  и прямую  $BC$  в точке  $F$ . Докажите, что

$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2}.$$

7. а) В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что  $A_1C \cdot BC = B_1C \cdot AC$ .  
б) На высотах  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $B_2$  и  $C_2$  так, что  $\angle AB_2C = \angle AC_2B = 90^\circ$ . Докажите, что  $AB_2 = AC_2$ .
8. Прямая пересекает боковые стороны, диагонали и продолжения оснований трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) так, как это показано на рисунке. Докажите, что если  $XP = YQ$ , то  $XM = YN$ .



#### Домашняя работа.

9. Боковая сторона  $AB$  трапеции  $ABCD$  разделена на пять равных частей, и через третью точку деления, считая от точки  $B$ , проведена прямая, параллельная основаниям  $BC$  и  $AD$ . Найдите отрезок этой прямой, заключённый между сторонами трапеции, если  $BC=a$  и  $AD=b$ .
10.  $ABCD$  – данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к  $BC$  прямая, которая пересекает  $BC$  в точке  $E$ , а продолжение  $AB$  – в точке  $F$ . Найдите  $BE$ , если  $AB=a$ ,  $BC=b$  и  $BF=c$ .