ТЧ. Разнобой.

1. Петя выбрал натуральное число n и выписал на доску следующие n дробей:
$$\frac{0}{n}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-2}, \dots, \frac{n-1}{n-(n-1)}.$$
Пусть число n делится на натуральное число d. Докажите , что среди выписаных дробей найдется дробь, равная числу $d-1$.

2. На доске написаны пять натуральных чисел. Оказалось, что сумма любых трёх из них делится на каждое из остальных. Обязательно ли среди этих чисел найдутся четыре равных?

3. При каких натуральных n для всякого натурального $k > n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?

4. Сережа выбрал два различных простых числа p и q. Он считает натуральное число n хорошим, если число $p+q$ можно представить в виде суммы ровно q чисел, каждое из которых имеет вид n^k при целом неотрицательном k.(Напримре, если бы Сережа выбрал $p=7$ и $q=3$, то он бы счёл число $n=2$ хорошим, поскольку $7+3=2^3+2^0+2^0$). Докажите, что Серёжа считает хорошими не более двух чисел.

5. На доску выписали все собственные делители некоторого составного натурального числа n, увеличенные на 1. Найдите все такие числа n, для которых числа на доске окажутся всеми собственными делителями некоторого натурального числа m. (Собственными делителями натурального числа $a > 1$ называются все его натуральные делители, отличные от a и от 1.)

6. Сумма цифр числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 100^3

7. **было, но плохо порешали** Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?

Домашнее задание

8. На бесконечной ленте бумаги выписаны в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2018. Какое число написано на 225-м месте?

ТЧ. Разнобой.

1. Петя выбрал натуральное число n и выписал на доску следующие n дробей:
$$\frac{0}{n}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-2}, \dots, \frac{n-1}{n-(n-1)}.$$
Пусть число n делится на натуральное число d. Докажите , что среди выписаных дробей найдется дробь, равная числу $d-1$.

2. На доске написаны пять натуральных чисел. Оказалось, что сумма любых трёх из них делится на каждое из остальных. Обязательно ли среди этих чисел найдутся четыре равных?

3. При каких натуральных n для всякого натурального $k > n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?

4. Сережа выбрал два различных простых числа p и q. Он считает натуральное число n хорошим, если число $p+q$ можно представить в виде суммы ровно q чисел, каждое из которых имеет вид n^k при целом неотрицательном k.(Напримре, если бы Сережа выбрал $p=7$ и $q=3$, то он бы счёл число $n=2$ хорошим, поскольку $7+3=2^3+2^0+2^0$). Докажите, что Серёжа считает хорошими не более двух чисел.

5. На доску выписали все собственные делители некоторого составного натурального числа n, увеличенные на 1. Найдите все такие числа n, для которых числа на доске окажутся всеми собственными делителями некоторого натурального числа m. (Собственными делителями натурального числа $a > 1$ называются все его натуральные делители, отличные от a и от 1.)

6. Сумма цифр числа n равна 100. Может ли сумма цифр числа n^3 равняться 100^3

7. **было, но плохо порешали** Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?

Домашнее задание

8. На бесконечной ленте бумаги выписаны в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2018. Какое число написано на 225-м месте?