Теория чисел. Принцип крайнего

1. На доске написаны несколько чисел. Известно, что квадрат любого записанного числа больше произведения любых двух других записанных чисел. Какое наибольшее количество чисел может быть на доске?

2. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трех выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?

3. За круглым столом сидят 2015 человек, каждый из них - либо рыцарь, либо лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Им раздали по одной карточке, на каждой карточке написано по числу; при этом все числа на карточках различны. Посмотрев на картчоки соседей, каждый из сидящих за столом казал: "Моё число больше, чем у каждого из двух моих соседей". После этого k из сидящих сказали: "Моё число меньше, чем у каждого из двух моих соседей". При каком наибольшем k это могло случиться?

4. В десятичной записи некоторого числа цифры расположены слева направо в порядке строгого убывания. Может ли это число быть кратным числу 111?

5. Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

6. Докажите, что каждое натуральное число является разностью двух натуральных чисел, имеющих одинаковое количество простых делителей. (Каждый простой делитель учитывается 1 раз, например, число 12 имеет два простых делителя: 2 и 3.)

7. Дано n попарно взаимно простых чисел, больших 1 и меньших $(2n-1)^2$. Докажите, что среди них обязательно есть простое число.

8. Петя выбрал несколько последовательных натуральных чисел и каждое записал либо красным, либо синим карандашом (оба цвета присутствуют). Может ли сумма наименьшего общего кратного всех красных чисел и наименьшего общего кратного всех синих чисел являться степенью двойки?

9. Можно ли при каком-то натуральном k разбить все натуральные числа от 1 до k на две группы и выписать числа в каждой группе подряд в некотором порядке так, чтобы получились два одинаковых числа?

Домашнее задание

10. Найдите все тройки простых чисел p, q, r такие, что четвертая степень любого из них, уменьшенная на 1, делится на произведение двух остальных

Теория чисел. Принцип крайнего

1. На доске написаны несколько чисел. Известно, что квадрат любого записанного числа больше произведения любых двух других записанных чисел. Какое наибольшее количество чисел может быть на доске?

2. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трех выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?

3. За круглым столом сидят 2015 человек, каждый из них - либо рыцарь, либо лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Им раздали по одной карточке, на каждой карточке написано по числу; при этом все числа на карточках различны. Посмотрев на картчоки соседей, каждый из сидящих за столом казал: "Моё число больше, чем у каждого из двух моих соседей". После этого k из сидящих сказали: "Моё число меньше, чем у каждого из двух моих соседей". При каком наибольшем k это могло случиться?

4. В десятичной записи некоторого числа цифры расположены слева направо в порядке строгого убывания. Может ли это число быть кратным числу 111?

5. Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

6. Докажите, что каждое натуральное число является разностью двух натуральных чисел, имеющих одинаковое количество простых делителей. (Каждый простой делитель учитывается 1 раз, например, число 12 имеет два простых делителя: 2 и 3.)

7. Дано n попарно взаимно простых чисел, больших 1 и меньших $(2n-1)^2$. Докажите, что среди них обязательно есть простое число.

8. Петя выбрал несколько последовательных натуральных чисел и каждое записал либо красным, либо синим карандашом (оба цвета присутствуют). Может ли сумма наименьшего общего кратного всех красных чисел и наименьшего общего кратного всех синих чисел являться степенью двойки?

9. Можно ли при каком-то натуральном k разбить все натуральные числа от 1 до k на две группы и выписать числа в каждой группе подряд в некотором порядке так, чтобы получились два одинаковых числа?

Домашнее задание

10. Найдите все тройки простых чисел p, q, r такие, что четвертая степень любого из них, уменьшенная на 1, делится на произведение двух остальных