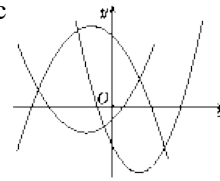


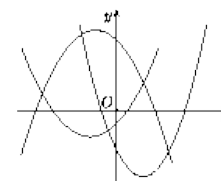
Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен ax^2+bx+c имеет корни. Верно ли, что трехчлен
 - $a^3x^2 + b^3x + c^3$;
 - $a^4x^2 + b^4x + c^4$ имеет корни?
- Верно ли, что если $b > a+c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2+bx+c = 0$ имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа a , b и c , чтобы это были графики трёхчленов ax^2+bx+c , bx^2+cx+a и cx^2+ax+b ?
- а) Числа a и b таковы, что графики $y = ax - b$ и $y = x^2 + ax + b$ ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.
 б) Рассматриваются квадратичные функции $y=x^2+px+q$, для которых $p+q=2018$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?
- При каких значениях параметра b , ($b \neq 3$) объединение парабол $y = x^2$ и $y = (b-3)x^2+bx + 2b - 4$ имеет ось или центр симметрии?
- Пусть $P(x)$ – квадратный трехчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих, может быть в последовательности $P(1), P(2), P(3), \dots$?
- Известно, что модули корней каждого из двух квадратных трёхчленов x^2+ax+b и x^2+cx+d меньше десяти. Может ли трёхчлен $x^2 + \frac{a+c}{2}x + \frac{b+d}{2}$ иметь корень, модуль которого не меньше десяти?
- а) У квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ коэффициенты p и q увеличили на единицу. Эту операцию повторили девять раз. Могло ли оказаться, что у каждого из десяти полученных уравнений корни – целые числа?
 б) На доске было записано уравнение $x^2 + 10x + 20 = 0$. К доске поочерёдно подходили школьники, стирали либо второй коэффициент, либо свободный член и заменяли его на число, отличающееся ровно на 1. В результате оказалось записано уравнение $x^2 + 20x + 10 = 0$. Докажите, что в какой-то момент на доске было записано уравнение с целыми корнями.
- На доске написан многочлен $x^2 + x + 2018$. Вася и Петя ходят по очереди, начинает Петя. Петя каждым ходом должен увеличить или уменьшить коэффициент при x на 1, а Вася каждым ходом должен увеличить или уменьшить свободный член на 1. Петя выиграет, если в какой-то момент у многочлена будет целый корень. Докажите, что Вася не сможет помешать ему выиграть.



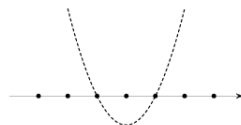
Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен ax^2+bx+c имеет корни. Верно ли, что трехчлен
 - $a^3x^2 + b^3x + c^3$;
 - $a^4x^2 + b^4x + c^4$ имеет корни?
- Верно ли, что если $b > a+c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2+bx+c = 0$ имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа a , b и c , чтобы это были графики трёхчленов ax^2+bx+c , bx^2+cx+a и cx^2+ax+b ?
- а) Числа a и b таковы, что графики $y = ax - b$ и $y = x^2 + ax + b$ ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.
 б) Рассматриваются квадратичные функции $y=x^2+px+q$, для которых $p+q=2018$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?
- При каких значениях параметра b , ($b \neq 3$) объединение парабол $y = x^2$ и $y = (b-3)x^2+bx + 2b - 4$ имеет ось или центр симметрии?
- Пусть $P(x)$ – квадратный трехчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих, может быть в последовательности $P(1), P(2), P(3), \dots$?
- Известно, что модули корней каждого из двух квадратных трёхчленов x^2+ax+b и x^2+cx+d меньше десяти. Может ли трёхчлен $x^2 + \frac{a+c}{2}x + \frac{b+d}{2}$ иметь корень, модуль которого не меньше десяти?
- а) У квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ коэффициенты p и q увеличили на единицу. Эту операцию повторили девять раз. Могло ли оказаться, что у каждого из десяти полученных уравнений корни – целые числа?
 б) На доске было записано уравнение $x^2 + 10x + 20 = 0$. К доске поочерёдно подходили школьники, стирали либо второй коэффициент, либо свободный член и заменяли его на число, отличающееся ровно на 1. В результате оказалось записано уравнение $x^2 + 20x + 10 = 0$. Докажите, что в какой-то момент на доске было записано уравнение с целыми корнями.
- На доске написан многочлен $x^2 + x + 2018$. Вася и Петя ходят по очереди, начинает Петя. Петя каждым ходом должен увеличить или уменьшить коэффициент при x на 1, а Вася каждым ходом должен увеличить или уменьшить свободный член на 1. Петя выиграет, если в какой-то момент у многочлена будет целый корень. Докажите, что Вася не сможет помешать ему выиграть.



Домашнее задание

- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?



- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?

