

Делимость-5. Признаки делимости

Признак делимости на 3 (9) : если сумма цифр делится на 3 (9) , то и число делится на 3 (9).

Признак делимости на 2^n (5^n): если число, составленное из последних n цифр числа делится на 2^n (5^n), то и всё число делится на 2^n (5^n).

Признак делимости на 11: число кратно 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

1. Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число кратное 8?
2. Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.
3. Может ли быть квадратом число состоящее из ста единиц и ста двоек?
4. а) Решите ребус $AB - BA = A$.
б) Верно ли, что если записать в другом порядке цифры любого целого числа, то разность исходного и нового чисел будет делиться на 9 ?
в) В числе переставили цифры и получили число, в 3 раза меньшее исходного. Докажите, что исходное число делится на 27.
г) Докажите, что разность числа, имеющего нечётное количество цифр, и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
5. а) Вовочка придумал ребусы МАТЕМАТИКААКИТАМЕТАМ, НАХОДЧИВЫЙ. Катя утверждает, что оба числа будут составными. Права ли Катя?
б) В справочнике «Магия для чайников» написано: «Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение». Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
6. Незнайка перемножил все числа от 1 до 100.Посчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова посчитал сумму цифр, и так далее. В конце концов Незнайка получил однозначное число. Какое?
7. Докажите, что в записи числа 2^{30} есть по крайней мере две одинаковые цифры, не вычисляя его.
8. Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?
9. Признак делимости на 7 можно сформулировать так: разобьём наше число на трёхзначные числа (начиная с разряда единиц) и рассмотрим разность суммы чётных по счёту трёхзначных чисел и суммы нечётных по счёту. Если получившийся результат делится на 7, то и первоначальное число делится на 7. Например, рассмотрим число 1789123456120. Оно разбивается на четыре трёхзначных числа и одно однозначное: 1, 789, 123, 456, 120. Посчитаем вышеописанную разность, получается: $-(789 + 456) + (123 + 120) = -1001$. Это число делится на 7, тогда и первоначальное число делится на 7.
а) Докажите признак делимости на 7.
б) Сформулируйте аналогичный признак делимости на 13 и докажите его.

Домашнее задание

10. Может ли степень двойки заканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?
11. Найдите наименьшее число составленное из 1 и 0 такое, что оно делится на 225.
12. При каких x и y число \overline{xyyy} является квадратом натурального числа?

Делимость-5. Признаки делимости

Признак делимости на 3 (9) : если сумма цифр делится на 3 (9) , то и число делится на 3 (9).

Признак делимости на 2^n (5^n): если число, составленное из последних n цифр числа делится на 2^n (5^n), то и всё число делится на 2^n (5^n).

Признак делимости на 11: число кратно 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

1. Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число кратное 8?
2. Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.
3. Может ли быть квадратом число состоящее из ста единиц и ста двоек?
4. а) Решите ребус $AB - BA = A$.
б) Верно ли, что если записать в другом порядке цифры любого целого числа, то разность исходного и нового чисел будет делиться на 9 ?
в) В числе переставили цифры и получили число, в 3 раза меньшее исходного. Докажите, что исходное число делится на 27.
г) Докажите, что разность числа, имеющего нечётное количество цифр, и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
5. а) Вовочка придумал ребус МАТЕМАТИКААКИТАМЕТАМ, НАХОДЧИВЫЙ. Катя утверждает, что оба числа будут составными. Права ли Катя?
б) В справочнике «Магия для чайников» написано: «Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение». Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
6. Незнайка перемножил все числа от 1 до 100.Посчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова посчитал сумму цифр, и так далее. В конце концов Незнайка получил однозначное число. Какое?
7. Докажите, что в записи числа 2^{30} есть по крайней мере две одинаковые цифры, не вычисляя его.
8. Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?
9. Признак делимости на 7 можно сформулировать так: разобьём наше число на трёхзначные числа (начиная с разряда единиц) и рассмотрим разность суммы чётных по счёту трёхзначных чисел и суммы нечётных по счёту. Если получившийся результат делится на 7, то и первоначальное число делится на 7. Например, рассмотрим число 1789123456120. Оно разбивается на четыре трёхзначных числа и одно однозначное: 1, 789, 123, 456, 120. Посчитаем вышеописанную разность, получается: $-(789 + 456) + (123 + 120) = -1001$. Это число делится на 7, тогда и первоначальное число делится на 7.
а) Докажите признак делимости на 7.
б) Сформулируйте аналогичный признак делимости на 13 и докажите его.

Домашнее задание

10. Может ли степень двойки заканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?
11. Найдите наименьшее число составленное из 1 и 0 такое, что оно делится на 225.
12. При каких x и y число \overline{xyyy} является квадратом натурального числа?