Разнобой 10

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр «2018»?

2. В клетчатом квадрате со стороной 2018 часть клеток покрашены в белый цвет, остальные — в чёрный. Известно, что из этого квадрата можно вырезать квадрат 10×10, все клетки которого белые, и квадрат 10×10, все клетки которого чёрные. При каком наименьшем d можно гарантировать, что из него можно вырезать квадрат 10×10, в котором количество чёрных и белых клеток отличается не больше чем на d?

3. Уравнение с целыми коэффициентами $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ имеет 4 положительных корня с учетом кратности (т.е. сумма кратностей всех положительных корней этого уравнения равна 4). Найдите наименьшее возможное значение коэффициента b при этих условиях

4. У Винтика и у Шпунтика есть по три палочки суммарной длины 1 метр у каждого. И Винтик, и Шпунтик могут сложить из трёх своих палочек треугольник. Ночью в их дом прокрался Незнайка, взял по одной палочке у Винтика и у Шпунтика и поменял их местами. Наутро оказалось, что Винтик не может сложить из своих палочек треугольник. Можно ли гарантировать, что Шпунтик из своих— сможет?

   Дальше тяжеленькое, но идеи полезные!

5. При каких натуральных n для всякого натурального $k > n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?

6. Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?

7. Петя и Вася играют в игру. Для каждых пяти различных переменных из набора $x_1, \dots x_{10}$ имеется единственная карточка, на которои записано их произведение. Петя и Вася по очереди берут по карточке, начинает Петя. Когда все карточки разобраны, Вася присваивает переменным значения как хочет, но так, что $0 \leqslant x_1, \leqslant x_2, \dots \leqslant x_{10}$ Может ли Вася гарантированно добиться того, чтобы сумма произведении на его карточках была больше, чем у Пети?

Разнобой 10

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр «2018»?

2. В клетчатом квадрате со стороной 2018 часть клеток покрашены в белый цвет, остальные — в чёрный. Известно, что из этого квадрата можно вырезать квадрат 10×10, все клетки которого белые, и квадрат 10×10, все клетки которого чёрные. При каком наименьшем d можно гарантировать, что из него можно вырезать квадрат 10×10, в котором количество чёрных и белых клеток отличается не больше чем на d?

3. Уравнение с целыми коэффициентами $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ имеет 4 положительных корня с учетом кратности (т.е. сумма кратностей всех положительных корней этого уравнения равна 4). Найдите наименьшее возможное значение коэффициента b при этих условиях

4. У Винтика и у Шпунтика есть по три палочки суммарной длины 1 метр у каждого. И Винтик, и Шпунтик могут сложить из трёх своих палочек треугольник. Ночью в их дом прокрался Незнайка, взял по одной палочке у Винтика и у Шпунтика и поменял их местами. Наутро оказалось, что Винтик не может сложить из своих палочек треугольник. Можно ли гарантировать, что Шпунтик из своих— сможет?

   Дальше тяжеленькое, но идеи полезные!

5. При каких натуральных n для всякого натурального $k > n$ найдется число с суммой цифр k, кратное n?

6. Есть ли 2016-значное число, перестановкой цифр которого можно получить 2016 разных 2016-значных полных квадратов?

7. Петя и Вася играют в игру. Для каждых пяти различных переменных из набора $x_1, \dots x_{10}$ имеется единственная карточка, на которои записано их произведение. Петя и Вася по очереди берут по карточке, начинает Петя. Когда все карточки разобраны, Вася присваивает переменным значения как хочет, но так, что $0 \leqslant x_1, \leqslant x_2, \dots \leqslant x_{10}$ Может ли Вася гарантированно добиться того, чтобы сумма произведении на его карточках была больше, чем у Пети?