

Непрерывность в геометрии.

0. Есть несколько кусков сыра разной массы. Докажите, что можно разрезать не более одного куска на два меньших так, что после этого можно будет разложить все куски на две порции одинаковой массы.
0. У двух равнобедренных треугольников соответственно равны боковые стороны и радиусы вписанных окружностей. Обязательно ли эти треугольники равны?
1. В противоположных концах диаметра AB окружности сидят два таракана. По команде они побежали по окружности в одном направлении (например, против часовой стрелки) и через минуту поменялись местами (движение тараканов не обязательно равномерное). Докажите, что в какой-то момент соединяющая их хорда была перпендикулярна диаметру AB .
2. Докажите, что на высоте AD остроугольного треугольника ABC можно так выбрать точку M , что $\angle BMC = 100^\circ$.
3. Докажите, что любую выпуклую ограниченную фигуру на плоскости можно одним прямым разрезом разбить на две равновеликие фигуры.
4. Найдите все значения, которые может принимать отношение суммы катетов к гипотенузе прямоугольного треугольника.
5. Даны концентрические окружности радиусов R и $2R$. Докажите, что можно провести прямую так, чтобы эти окружности высекали на ней три равных отрезка.
6. Докажите, что в круге с центром O можно провести хорду AB так, что площадь треугольника AOB равна площади сегмента, отсекаемого этой хордой.
7. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
8. Дан шарнирный четырёхугольник (длины его сторон и их порядок зафиксированы, а углы могут меняться). Докажите, что существует такое положение этого четырёхугольника, при котором он вписан в окружность.
9. а) Докажите, что любой треугольник можно разбить на два треугольника так, чтобы окружности, вписанные в получившиеся треугольники, были равны.
б) Останется ли утверждение верным, если вписанные окружности заменить на описанные?
10. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, равен 1. Может ли площадь треугольника быть равна 6?
11. Периметр выпуклого четырёхугольника равен 2004, одна из его диагоналей равна 1001. Может ли вторая диагональ быть равна: а) 1002; б) 1001; в) 2?

Домашнее задание

12. Докажите, что любую выпуклую ограниченную плоскую фигуру можно разбить на две равновеликие фигуры прямой, проходящей через заданную точку.

Непрерывность в геометрии.

0. Есть несколько кусков сыра разной массы. Докажите, что можно разрезать не более одного куска на два меньших так, что после этого можно будет разложить все куски на две порции одинаковой массы.
0. У двух равнобедренных треугольников соответственно равны боковые стороны и радиусы вписанных окружностей. Обязательно ли эти треугольники равны?
1. В противоположных концах диаметра AB окружности сидят два таракана. По команде они побежали по окружности в одном направлении (например, против часовой стрелки) и через минуту поменялись местами (движение тараканов не обязательно равномерное). Докажите, что в какой-то момент соединяющая их хорда была перпендикулярна диаметру AB .
2. Докажите, что на высоте AD остроугольного треугольника ABC можно так выбрать точку M , что $\angle BMC = 100^\circ$.
3. Докажите, что любую выпуклую ограниченную фигуру на плоскости можно одним прямым разрезом разбить на две равновеликие фигуры.
4. Найдите все значения, которые может принимать отношение суммы катетов к гипотенузе прямоугольного треугольника.
5. Даны концентрические окружности радиусов R и $2R$. Докажите, что можно провести прямую так, чтобы эти окружности высекали на ней три равных отрезка.
6. Докажите, что в круге с центром O можно провести хорду AB так, что площадь треугольника AOB равна площади сегмента, отсекаемого этой хордой.
7. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
8. Дан шарнирный четырёхугольник (длины его сторон и их порядок зафиксированы, а углы могут меняться). Докажите, что существует такое положение этого четырёхугольника, при котором он вписан в окружность.
9. а) Докажите, что любой треугольник можно разбить на два треугольника так, чтобы окружности, вписанные в получившиеся треугольники, были равны.
б) Останется ли утверждение верным, если вписанные окружности заменить на описанные?
10. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, равен 1. Может ли площадь треугольника быть равна 6?
11. Периметр выпуклого четырёхугольника равен 2004, одна из его диагоналей равна 1001. Может ли вторая диагональ быть равна: а) 1002; б) 1001; в) 2?

Домашнее задание

12. Докажите, что любую выпуклую ограниченную плоскую фигуру можно разбить на две равновеликие фигуры прямой, проходящей через заданную точку.