

Комбинаторика. Перестановки, размещения, сочетания.

Утверждение. Число способов переставить n элементов $P_n = n!$

Утверждение. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них k объектов, учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются размещениями из объектов n по k . Число размещений из n по k будет равно $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Утверждение. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из k них объектов все возможными способами, не учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются сочетаниями из n объектов по k . Число сочетаний из n по k будет равно $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

- а) У студентов 9 дисциплин. Учебная часть объявила, что в понедельник будет три пары и все будут разными. Сколькими способами можно составить расписание понедельника?
б) Номера машин состоят из 3 различных букв русского алфавита (33 буквы) и 4 разных цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?
- а) Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?
б) У одного школьника есть 6 книг по математике, а у другого – 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
- Сколькими способами можно усадить 20 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить один из другого движением по кругу?
- В 7М классе учится 26 человек. Сколькими способами их можно выстроить в ряд при условии, что
а) Ваня и Женя должны обязательно стоять рядом;
б) Ваня и Женя ни в коем случае не должны стоять рядом.
- Анаграммой называется произвольное слово, полученное из данного слова перестановкой букв. Сколько анаграмм можно составить из слов: а) "биссектриса"; б) "абракадабра"?
- а) На новый год дети в детском саду нарядились в одинаковые костюмы, мальчики – пиратами, а девочки – принцессами. Воспитательница знает, что в ее группе 15 мальчиков и 15 девочек. Сколькими способами она может их посадить в ряд из 30 мест, чтобы дед мороз вручил им подарки?
б) У Васи есть координатная плоскость. Изначально Васина ручка стоит в точке $(0,0)$. Вася делает одну из таких операций каждый раз:
1) прибавляет к каждой координате 1
2) прибавляет к первой 1, а у второй отнимает 1.
Сколькими способами он может попасть в точку $(2n, 0)$?
- а) На плоскости дано n точек. Сколько имеется отрезков с концами в этих точках?
б) На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
в) На плоскости дано n прямых таких, что никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Чему равно число образованных ими треугольников?
- На двух параллельных прямых выбраны точки A_1, A_2, \dots, A_m и B_1, B_2, \dots, B_n соответственно и проведены все отрезки вида $A_i B_j$ ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$). Сколько будет точек пересечения, если известно, что никакие три из этих отрезков в одной точке не пересекаются?
- На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник, стороны a и b (a, b – целые) которого идут по линиям сетки. Найдите количество способов добраться из левого нижнего угла прямоугольника в правый верхний угол, если можно двигаться только по линиям сетки, причем только вправо и вверх.

Комбинаторика. Перестановки, размещения, сочетания.

Утверждение. Число способов переставить n элементов $P_n = n!$

Утверждение. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них k объектов, учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются размещениями из объектов n по k . Число размещений из n по k будет равно $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Утверждение. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из k них объектов все возможными способами, не учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются сочетаниями из n объектов по k . Число сочетаний из n по k будет равно $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

- а) У студентов 9 дисциплин. Учебная часть объявила, что в понедельник будет три пары и все будут разными. Сколькими способами можно составить расписание понедельника?
б) Номера машин состоят из 3 различных букв русского алфавита (33 буквы) и 4 разных цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?
- а) Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?
б) У одного школьника есть 6 книг по математике, а у другого – 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
- Сколькими способами можно усадить 20 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить один из другого движением по кругу?
- В 7М классе учится 26 человек. Сколькими способами их можно выстроить в ряд при условии, что
а) Ваня и Женя должны обязательно стоять рядом;
б) Ваня и Женя ни в коем случае не должны стоять рядом.
- Анаграммой называется произвольное слово, полученное из данного слова перестановкой букв. Сколько анаграмм можно составить из слов: а) "биссектриса"; б) "абракадабра"?
- а) На новый год дети в детском саду нарядились в одинаковые костюмы, мальчики – пиратами, а девочки – принцессами. Воспитательница знает, что в ее группе 15 мальчиков и 15 девочек. Сколькими способами она может их посадить в ряд из 30 мест, чтобы дед мороз вручил им подарки?
б) У Васи есть координатная плоскость. Изначально Васина ручка стоит в точке $(0,0)$. Вася делает одну из таких операций каждый раз:
1) прибавляет к каждой координате 1
2) прибавляет к первой 1, а у второй отнимает 1.
Сколькими способами он может попасть в точку $(2n, 0)$?
- а) На плоскости дано n точек. Сколько имеется отрезков с концами в этих точках?
б) На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
в) На плоскости дано n прямых таких, что никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Чему равно число образованных ими треугольников?
- На двух параллельных прямых выбраны точки A_1, A_2, \dots, A_m и B_1, B_2, \dots, B_n соответственно и проведены все отрезки вида $A_i B_j$ ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$). Сколько будет точек пересечения, если известно, что никакие три из этих отрезков в одной точке не пересекаются?
- На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник, стороны a и b (a, b – целые) которого идут по линиям сетки. Найдите количество способов добраться из левого нижнего угла прямоугольника в правый верхний угол, если можно двигаться только по линиям сетки, причем только вправо и вверх.