

Процессы и алгоритмы 2

1. В последовательности чисел каждый член (кроме первого) на 18 больше суммы двух своих соседей. 20-й член равен 20,21. Докажите, что в последовательности никакие два соседних члена не являются оба целыми числами.
2. Есть несколько кусков сыра, каждый — не тяжелее 100 г. Докажите, что их все можно разложить на две кучки так, чтобы веса кучек отличались не более чем на 100г.
3. Есть 20 камней неизвестного веса и двухчашечные весы без гирь. Докажите, что сделав не более 19 взвешиваний, можно все камни можно разложить на две кучки так, чтобы веса кучек отличались не более чем на вес самого тяжелого камня.
4. Ученики школы посещают кружки. Докажите, что можно несколько школьников принять в пионеры так, чтобы в каждом кружке был хотя бы один пионер и для любого пионера нашелся кружок, в котором он был бы единственным пионером.
5. Среди 50 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их разбить на группы из 2 или 3 человек так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей группе.
6. Есть 100 конфет 5 сортов, каждого сорта не более 50 штук. Докажите, что конфеты можно разбить на 50 пар так, чтобы в каждой паре конфеты были разного сорта.
7. На окружности отмечено 300 точек: по 100 точек синего, красного и зелёного цветов. Докажите, что можно провести 150 отрезков с концами в этих точках, соблюдая такие правила:
 - (1) никакие два отрезка не пересекаются (даже в концах);
 - (2) концы каждого отрезка — разного цвета.
8. Дано натуральное число, большее 4. За ход разрешается представить его в виде суммы нескольких неединичных натуральных слагаемых и заменить на их произведение. Докажите, что не более чем за 4 хода можно получить факториал какого-нибудь натурального числа.

Процессы и алгоритмы 2

1. В последовательности чисел каждый член (кроме первого) на 18 больше суммы двух своих соседей. 20-й член равен 20,21. Докажите, что в последовательности никакие два соседних члена не являются оба целыми числами.
2. Есть несколько кусков сыра, каждый — не тяжелее 100 г. Докажите, что их все можно разложить на две кучки так, чтобы веса кучек отличались не более чем на 100г.
3. Есть 20 камней неизвестного веса и двухчашечные весы без гирь. Докажите, что сделав не более 19 взвешиваний, можно все камни можно разложить на две кучки так, чтобы веса кучек отличались не более чем на вес самого тяжелого камня.
4. Ученики школы посещают кружки. Докажите, что можно несколько школьников принять в пионеры так, чтобы в каждом кружке был хотя бы один пионер и для любого пионера нашелся кружок, в котором он был бы единственным пионером.
5. Среди 50 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их разбить на группы из 2 или 3 человек так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей группе.
6. Есть 100 конфет 5 сортов, каждого сорта не более 50 штук. Докажите, что конфеты можно разбить на 50 пар так, чтобы в каждой паре конфеты были разного сорта.
7. На окружности отмечено 300 точек: по 100 точек синего, красного и зелёного цветов. Докажите, что можно провести 150 отрезков с концами в этих точках, соблюдая такие правила:
 - (1) никакие два отрезка не пересекаются (даже в концах);
 - (2) концы каждого отрезка — разного цвета.
8. Дано натуральное число, большее 4. За ход разрешается представить его в виде суммы нескольких неединичных натуральных слагаемых и заменить на их произведение. Докажите, что не более чем за 4 хода можно получить факториал какого-нибудь натурального числа.