

Двоичная система исчисления

Люди бывают 10 видов: те, кто знает двоичную систему, и те, кто не знает.

1. С числом разрешается производить две операции: “увеличить в два раза” и “увеличить на 1”. За какое наименьшее число операций можно из числа 0 получить

- а) число 100?
- б) число n ?

2. Андрей и Борис играют в следующую игру. Изначально на числовой прямой в точке p стоит робот. Сначала Андрей говорит расстояние, на которое должен сместиться робот. Потом Борис выбирает направление, в котором робот смещается на это расстояние, и т.д. При каких p Андрей может добиться того, что за конечное число ходов робот попадет в одну из точек 0 или 1 вне зависимости от действий Бориса?

3. В наборе имеются гири массой $1, 2, 4, \dots, 2^k \dots$, причём среди гирь могут быть одинаковые. На две чашки весов положили гири так, чтобы наступило равновесие. Известно, что на левой чашке все гири различны. Докажите, что на правой чашке не меньше гирь, чем на левой.

4. Пусть представление числа n в двоичной системе выглядит следующим образом:

$$n = 2^{e_1} + 2^{e_2} + \dots + 2^{e_r} (e_1 > e_2 > \dots > e_r \geq 0).$$

Докажите, что $n!$ делится на 2^{n-r} , но не делится на 2^{n-r+1} .

5. Докажите, что среди чисел вида $[2^k \sqrt{2}]$ есть бесконечно много составных.

6. Докажите, что количество способов представить число в виде суммы нечётных слагаемых равно количеству способов представить в виде суммы различных слагаемых.

Двоичная система исчисления

Люди бывают 10 видов: те, кто знает двоичную систему, и те, кто не знает.

1. С числом разрешается производить две операции: “увеличить в два раза” и “увеличить на 1”. За какое наименьшее число операций можно из числа 0 получить

- а) число 100?
- б) число n ?

2. Андрей и Борис играют в следующую игру. Изначально на числовой прямой в точке p стоит робот. Сначала Андрей говорит расстояние, на которое должен сместиться робот. Потом Борис выбирает направление, в котором робот смещается на это расстояние, и т.д. При каких p Андрей может добиться того, что за конечное число ходов робот попадет в одну из точек 0 или 1 вне зависимости от действий Бориса?

3. В наборе имеются гири массой $1, 2, 4, \dots, 2^k \dots$, причём среди гирь могут быть одинаковые. На две чашки весов положили гири так, чтобы наступило равновесие. Известно, что на левой чашке все гири различны. Докажите, что на правой чашке не меньше гирь, чем на левой.

4. Пусть представление числа n в двоичной системе выглядит следующим образом:

$$n = 2^{e_1} + 2^{e_2} + \dots + 2^{e_r} (e_1 > e_2 > \dots > e_r \geq 0).$$

Докажите, что $n!$ делится на 2^{n-r} , но не делится на 2^{n-r+1} .

5. Докажите, что среди чисел вида $[2^k \sqrt{2}]$ есть бесконечно много составных.

6. Докажите, что количество способов представить число в виде суммы нечётных слагаемых равно количеству способов представить в виде суммы различных слагаемых.