

Разнойбой_9

Сегодня вам предлагается подборка задач разной тематики в качестве тренировки. Большинство из них так или иначе связано с ранее изученными темами занятий. Нумерация задач весьма условна с точки зрения их трудности, поэтому выбирайте задачи, которые нравятся.

Задачи для самостоятельного решения

1. По горизонтальной прямой s произвольным образом «катаются» две окружности, радиусы которых r и R . К ним проведены две общие внутренние касательные, пересекающиеся в точке M . По какой траектории движется точка M ?
2. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BK и BH ; $KH = a$; $BD = b$. Найдите расстояние от вершины B до ортоцентра треугольника BKH .
3. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром O , лежащим внутри четырёхугольника. Сумма углов AOB и COD равна 180° . Из точки O опущены перпендикуляры на каждую сторону четырёхугольника. Докажите, что сумма длин этих перпендикуляров равна полупериметру $ABCD$.
4. На катетах прямоугольного треугольника выбираются точки P и Q , из которых опускаются перпендикуляры PK и QH на гипотенузу. Найдите наименьшее значение суммы $KP + PQ + QH$, если длины катетов a и b .
5. В остроугольном треугольнике ABC ортоцентр H делит высоту CC_1 в отношении $3 : 1$, считая от вершины. Найдите угол AMB , где M – середина этой высоты.
6. На катетах прямоугольного треугольника ABC вне его построены квадраты $ACKL$ и $BCMN$. Пусть CE – высота треугольника, опущенная на гипотенузу AB . Докажите, что угол LEM – прямой.
7. Найдите ГМТ, являющихся серединами отрезков с концами на диагоналях данного квадрата.
8. В треугольнике ABC проведены медиана AM , биссектриса AL и высота AH . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AL = t$, $AH = h$ и L – середина отрезка MH .
9. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Описанные окружности треугольников AOB и COD второй раз пересеклись в точке M . Прямая OM пересекает окружности, описанные около треугольников BOC и AOD , в точках K и L соответственно. Докажите, что M – середина отрезка KL .