22.10.19

Комбинаторная геометрия

В прошлом году у вас было несколько занятий по комбинаторной геометрии. В основном, вам предлагались задачи, в которых надо было построить пример или контрпример. На этом занятии мы вновь займемся комбинаторной геометрией, но уровень и содержание задач будет другим, хотя конструктивы также будут.

Задачи для самостоятельного решения

1. Можно ли расставить шесть фотографов на площади таким образом, чтобы каждый из них мог сфотографировать ровно четырёх других? (*Фотографы A и B могут сфотографировать друг друга, если на отрезке AB нет других фотографов*.)

2. Существуют ли два таких четырехугольника, что стороны первого меньше соответствующих сторон второго, а диагонали первого больше, чем соответствующие диагонали второго?

3. Можно ли из каких-нибудь девяти выпуклых шестиугольников составить какой-нибудь выпуклый тридцатидевятиугольник?

4. Какое наименьшее количество точек надо отметить внутри выпуклого пятиугольника *ABCDE* так, чтобы внутри любого треугольника с вершинами в точках *A*, *B*, *C*, *D* и *E* лежала хотя бы одна отмеченная точка?

5. Незнайка отметил на плоскости 15 точек и утверждает, что какое бы натуральное число N, где $1 \le N \le 7$, ему ни назвали, он сможет указать прямую, содержащую ровно N отмеченных точек. Прав ли он?

6. В выпуклом многоугольнике из каждой вершины опущены перпендикуляры на каждую не содержащую ее сторону. Может ли оказаться так, что основание каждого перпендикуляра попало на продолжение стороны, а не на саму сторону?

7. Верно ли, что любой треугольник можно разрезать не более чем на три части, из которых складывается равнобедренный треугольник?

8. Какое наименьшее число сторон может иметь нечетноугольник (не обязательно выпуклый), который можно разрезать на параллелограммы?

9. Рассматриваются произвольные многоугольники (не обязательно выпуклые). Обязательно ли найдется хорда многоугольника, которая разделит его на две равновеликие части? (*Хорда многоугольника – отрезок с концами на его контуре, целиком лежащий внутри многоугольника*.)

10. Докажите, что любой выпуклый четырехугольник можно разрезать на пять многоугольников, каждый из которых имеет ось симметрии.