

### Примеры и контрпримеры\_2

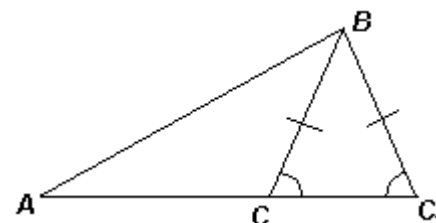
Примерно месяц назад у вас уже было занятие, на котором рассматривались примеры и контрпримеры к различным геометрическим утверждениям. Сегодня – еще одно занятие на эту тему. Его отличие – не будут рассматривать возможности разрезания фигур, обладающие определенными свойствами, и не будут рассматриваться возможности построения той или иной системы точек или отрезков. Речь пойдет о существовании треугольников или четырехугольников с определенными свойствами, а также о равенстве этих фигур по некоторому набору элементов.

Характерным примером является, так называемый, «четвертый признак» равенства треугольников. Напомним, о чем идет речь.

Пусть в треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно равны: стороны  $AB$  и  $A_1B_1$ , стороны  $BC$  и  $B_1C_1$ , углы  $A$  и  $A_1$ . Обязательно ли эти треугольники равны?

**Ответ:** не обязательно.

Это вытекает из построения треугольника по заданным элементам (см. рис., где  $A \equiv A_1$ ,  $B \equiv B_1$ ).



Но, если треугольники не равны, то сумма углов  $ACB$  и  $A_1C_1B_1$  равна  $180^\circ$ .

### Задачи для самостоятельного решения

1. Существует ли такой параллелограмм, что все точки попарного пересечения биссектрис его углов лежат вне параллелограмма или на его границе?
2. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно равны: стороны  $AB$  и  $A_1B_1$ , высоты, проведенные из вершин  $B$  и  $B_1$ , медианы, проведенные из вершин  $C$  и  $C_1$ . Обязательно ли эти треугольники равны?
3. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно равны: острые углы  $A$  и  $A_1$ , высоты, проведенные из вершин  $B$  и  $B_1$ , медианы, проведенные из вершин  $C$  и  $C_1$ . Известно, что треугольники не равны. Может ли хотя бы один из них быть остроугольным?
4. В ромбе  $ABCD$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $E$  и  $F$  соответственно так, что  $\angle DEF = \angle DFE$ . Верно ли, что  $BE = BF$ ?
5. У двух трапеций соответственно равны углы и диагонали. Верно ли, что такие трапеции равны?
6. Три стороны одного четырехугольника соответственно равны сторонам другого четырехугольника. Кроме того, у этих четырехугольников соответственно равны диагонали. Обязательно ли эти четырёхугольники равны?
7. Существует ли треугольник, в котором центр вписанной окружности не лежит внутри треугольника, образованного средними линиями данного?
8. В некотором треугольнике биссектрисы двух внутренних углов продолжили до пересечения с описанной окружностью и получили две равные хорды. Обязательно ли этот треугольник равнобедренный?
9. Верно ли, что треугольник является равнобедренным, если центр его вписанной окружности одинаково удален от середин двух сторон?
10. Существует ли треугольник, в котором одна из сторон равна какой-то из его высот, другая – какой-то из биссектрис, третья – какой-то из медиан?