

Геометрические неравенства_2

Продолжим работать с геометрическими неравенствами. Помимо неравенства треугольника, о применении которого мы говорили на прошлом занятии, напомним еще некоторые факты:

- 1) Напротив большей стороны треугольника лежит больший угол и наоборот, напротив большего угла треугольника лежит большая сторона.
- 2) Для окружности с диаметром AB : точка C лежит на окружности тогда и только тогда, когда угол ACB – прямой; точка C лежит внутри окружности тогда и только тогда, когда угол ACB – тупой; точка C лежит вне окружности тогда и только тогда, когда угол ACB – острый.

Упражнения и задачи для самостоятельного решения

1. а) Внутри стороны AC треугольника ABC отмечена точка D . Докажите, что длина отрезка BD меньше, чем хотя бы одна из сторон AB или BC . б) Внутри сторон AB и BC треугольника ABC отмечены точки M и K . Докажите, что длина отрезка MK меньше, чем хотя бы одна из сторон треугольника ABC .
2. На сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) соответственно отмечены точки M и N так, что $AN > AM$. Прямые MN и BC пересекаются в точке K . Сравните длины отрезков MK и MB .
3. На сторонах выпуклого четырехугольника, как на диаметрах, построены круги. Докажите, что они полностью покрывают этот четырехугольник.
4. В четырехугольнике $ABCD$: $\angle A = \angle B$, $\angle D > \angle C$. Сравните длины сторон AD и BC .
5. В трапеции $ABCD$ меньшее основание BC равно боковой стороне CD . Докажите, что если $AD > 2BC$, то угол ABD – тупой.
6. В остроугольном треугольнике ABC проведены биссектриса AD и высота BE . Докажите, что $\angle CED > 45^\circ$.
7. Окружность, проходящая через вершины A и B и ортоцентр H треугольника ABC пересекает стороны AC и BC во внутренних точках. Докажите, что $60^\circ < \angle C < 90^\circ$.
8. В треугольнике ABC проведена высота CD к наибольшей стороне. Сравните: $AC + BD$ и $BC + AD$, если угол A меньше угла B .
9. В остроугольном треугольнике ABC наибольшая из высот AH равна медиане BM . Докажите, что $\angle ABC < 60^\circ$.
10. В треугольнике ABC : $\angle A = 57^\circ$, $\angle B = 61^\circ$. Сравните длину биссектрисы, проведенной из вершины A , и длину медианы, проведенной из вершины B .