

Примеры, контрпримеры, конструкции

Ранее у вас уже было два занятия, связанных, в каком-то смысле, с комбинаторной геометрией. В задачах этих занятий надо было строить примеры или конструкции, удовлетворяющие определенным условиям, либо приводить контрпримеры к каким-то геометрическим утверждениям.

На этом занятии продолжим эту «линию», причем задачи в целом будут сложнее.

Задачи для самостоятельного решения

1. Можно ли расположить на плоскости четыре равных многоугольника так, чтобы каждые два из них не имели общих внутренних точек, но имели общий отрезок границы?
2. а) Существует ли выпуклый четырехугольник, не имеющий ни центра ни оси симметрии, который можно прямоугольным разрезом разбить на две равные части?
б) Существует ли выпуклый многоугольник, который можно разделить отрезком на две равные части так, что этот отрезок разделит одну из сторон многоугольника пополам, а другую – в отношении $1 : 2$?
3. Дан треугольник с углами 30° , 70° и 80° . Можно ли его разрезать на два треугольника так, чтобы медиана одного из них и биссектриса другого, проведенные из концов разрезающего отрезка, были параллельны?
4. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка P пересечения его диагоналей. Существует ли прямая, проходящая через P так, чтобы она разбила параллелограмм на две части, из которых можно сложить ромб?
5. а) Существуют ли три плоские фигуры, из которых можно сложить как круг, так и квадрат (возможно, с наложением, но без «дыр»)?
б) Внутри круга отмечена точка. Можно ли разрезать круг на две части так, чтобы из них можно было составить круг, в котором отмеченная точка являлась бы центром?
в) Можно ли разрезать круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга не лежал на границе хотя бы одной из них?
6. Многоугольник можно разрезать на две равные части тремя различными способами. Обязательно ли у него есть центр или ось симметрии?
7. Можно ли из квадрата со стороной 2 вырезать восьмиугольник, у которого длина каждой стороны равна 1, а каждый угол кратен 45° ?
8. а) В равностороннем выпуклом шестиугольнике шесть диагоналей между собой равны. Обязательно ли равны между собой все его углы?
б) В шестиугольнике равны углы, три главные диагонали равны между собой и шесть остальных диагоналей также равны между собой. Обязательно ли равны все его стороны?